



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JEFFERSON DA COSTA REZENDE

**CONTROLE ROBUSTO VIA LMIS APLICADO A ESTABILIZAÇÃO DE SISTEMAS
DE POTÊNCIA**

MOSSORÓ - RN

2022

JEFFERSON DA COSTA REZENDE

**CONTROLE ROBUSTO VIA LMIS APLICADO A ESTABILIZAÇÃO DE SISTEMAS
DE POTÊNCIA**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Sistemas de Controle e Automação

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius
Silvério Costa

Coorientador: Prof. Dr. Elenilson de Var-
gas Fortes

MOSSORÓ - RN

2022

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

R467c Rezende, Jefferson da Costa.
Controle robusto via LMIs aplicado a
estabilização de sistemas de potência / Jefferson
da Costa Rezende. - 2022.
49 f. : il.

Orientador: Marcus Vinicius Silvério Costa.
Coorientador: Elenilson de Vargas Fortes.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em
Engenharia Elétrica, 2022.

1. Sistemas Elétricos de Potência. 2. Modelo
de Sensibilidade de Corrente . 3. Controle
Robusto . 4. LMIs. I. Costa, Marcus Vinicius
Silvério, orient. II. Fortes, Elenilson de Vargas
, co-orient. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB: 15/120

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

JEFFERSON DA COSTA REZENDE

**CONTROLE ROBUSTO VIA LMIS APLICADO A ESTABILIZAÇÃO DE SISTEMAS
DE POTÊNCIA**

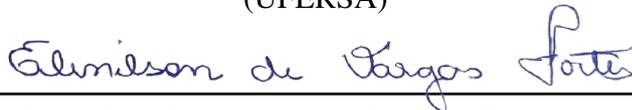
Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Sistemas de Controle e Automação

Defendida em: 31 de Maio de 2022

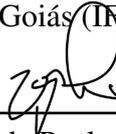
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Marcus Vinicius Silvério
Costa (Orientador)
Universidade Federal Rural do Semi-Árido
(UFERSA)



Prof. Dr. Elenilson de Vargas Fortes (Coorientador)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
de Goiás (IFG)



Prof. Dr. Victor de Paula Brandão Aguiar
Universidade Federal Rural do Semi-Árido
(UFERSA)

Adriano Aron Freitas de Moura

Prof. Dr. Adriano Aron Freitas de Moura
Universidade Federal Rural do Semi-Árido
(UFERSA)

Francisco Everton Uchoa Reis

Prof. Dr. Francisco Everton Uchoa Reis
Universidade Federal do Piauí (UFPI)

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais que me fornecem alicerce para o meu desenvolvimento pessoal e profissional.

Agradeço aos meus orientadores prof. Marcus Vinicius e prof. Elenilson por me fornecerem os conhecimentos necessários para realizar esse trabalho. Agradeço ainda pela dedicação e paciência que tiveram comigo durante todo o período do mestrado.

Agradeço a Banca Examinadora pela presença e disponibilidade para contribuir com este trabalho.

Agradeço aos meus Amigos e colegas de mestrado Luis Carvalho e Jozias Neto pelo companheirismo e dedicação nos trabalhos realizados em conjunto. Agradeço também ao grupo de pesquisa GEAC da Universidade Federal Rural do Semi-Árido.

Por último, mas não menos importante, *Soli Deo Gloria!*

“A educação é essencialmente uma ‘busca comum’, formada por tradições e direcionada para fins reconhecíveis. Engajar-se nela é perceber uma forma de comunidade, e desejá-la é desejar essa comunidade.”

(Roger Scruton)

RESUMO

Esta pesquisa propõe a aplicação de um controlador de realimentação estados conhecido como *Linear Quadratic Regulator* com observador de estados via *Linear Matrix Inequalities* utilizando o conceito de \mathcal{D} -estabilidade com o objetivo de adicionar amortecimento as oscilações eletromecânicas de baixa frequência e garantir a estabilidade dos sistemas elétricos de potência conhecidos na literatura por *Single Machine Infinite Bus* e Stagg, que foram modelados por meio do Modelo de Sensibilidade de Corrente considerando incertezas politópicas. O propósito é inserir um sinal estabilizante ao sistema por meio do Regulador Automático de Tensão acoplado ao gerador síncrono. Nas simulações, foram consideradas variações paramétricas nas cargas dos sistemas, bem como perturbações exógenas na forma de uma elevação da potência mecânica de entrada sobre o eixo do gerador. Além disso, foi considerado um controlador ótimo LQR do trabalho de Fortes *et al.* (2020) com o objetivo de comparar a nova aplicação deste trabalho. Nesse contexto, os resultados são comparados e analisados por meio de respostas no domínio do tempo e da frequência, bem como a utilização dos índices de desempenho IAE, ISE, ITAE e ITSE para comparar de forma quantitativa os resultados obtidos. Por fim, conforme os resultados obtidos, constatou-se que os controladores propostos para o caso do SMIB conseguiram estabilizar o sistema, destacando-se o controlador \mathcal{D} LQR com o observador, que por sua vez obteve os melhores índices de desempenho. Por outro lado, o controlador com observador não conseguiu estabilizar o sistema Stagg, todavia os controladores LQR e \mathcal{D} LQR obtiveram desempenhos satisfatórios nesta pesquisa. Portanto, conclui-se que os controladores estudados são importantes no estudo da estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência.

Palavras-chave: Sistemas Elétricos de Potência. Modelo de Sensibilidade de Corrente. Controle Robusto. LMIs.

ABSTRACT

This research proposes the application of a state feedback controller known as Linear Quadratic Regulator with a state observer via Linear Matrix Inequalities using the concept of \mathcal{D} -stability in order to add damping to low frequency electromechanical oscillations and guarantee the stability of electrical power systems known in the literature as Single Machine Infinite Bus and Stagg, which were modeled through the Current Sensitivity Model considering polytopic uncertainties. The purpose is to insert a stabilizing signal to the system through the Automatic Voltage Regulator coupled to the synchronous generator. In the simulations, parametric variations in the system loads were considered, as well as exogenous disturbances in the form of an increase in the mechanical input power on the generator shaft. Furthermore, it was considered an optimal LQR controller of the work of Fortes *et al.* (2020) in order to compare the new application of this work. In this context, the results are compared and analyzed through responses in the time and frequency domains, as well as the use of the IAE, ISE, ITAE and ITSE performance indexes to quantitatively compare the results obtained. Finally, according to the results obtained, it was found that the controllers proposed for the SMIB case managed to stabilize the system, highlighting the controller \mathcal{D} LQR with the observer, which in turn obtained the best indices of performance. On the other hand, the controller with observer was not able to stabilize the Stagg system, however the LQR and \mathcal{D} LQR controllers obtained satisfactory performances in this research. Therefore, it is concluded that the studied controllers are important in the study of the stability of Electric Power Systems.

Keywords: Electric Power Systems. Current Sensitivity Model. Robust Control. LMIs.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama unifilar do sistema multimáquinas.	18
Figura 2 – Enrolamentos do gerador síncrono.	19
Figura 3 – Diagrama de blocos do MSC incerto.	22
Figura 4 – Diagrama unifilar do sistema SMIB.	23
Figura 5 – Diagrama de blocos do SMIB.	24
Figura 6 – Diagrama do RAT com o sinal estabilizante u_{V_s}	25
Figura 7 – Regiões de \mathcal{D} -estabilidade.	30
Figura 8 – Diagrama de blocos do observador de estados.	32
Figura 9 – Fluxograma da metodologia.	35
Figura 10 – Sistema Stagg.	37
Figura 11 – Resposta temporal em malha aberta do sistema SMIB.	40
Figura 12 – Resposta temporal do sistema SMIB.	40
Figura 13 – Resposta no domínio da frequência do sistema SMIB.	41
Figura 14 – Resposta temporal em malha aberta do sistema Stagg.	43
Figura 15 – Resposta temporal em malha fechada do sistema Stagg.	44
Figura 16 – Resposta no domínio da frequência do sistema Stagg.	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Polos do sistema SMIB	39
Tabela 2 – Índices de desempenho do sistema SMIB.	41
Tabela 3 – Polos do sistema Sagg	43
Tabela 4 – Índices de desempenho do sistema Stagg.	44

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FACTS	<i>Flexible AC Transmission Systems</i>
GA	<i>Genetic Algorithms</i>
LMIs	Desigualdades Matriciais Lineares
LQG	<i>Linear Quadratic Gaussian</i>
LQR	<i>Linear Quadratic Regulator</i>
MHP	Modelo Heffron e Phillips
MSC	Modelo de Sensibilidade de Corrente
MSP	Modelo de Sensibilidade de Potência
POD	<i>Power Oscillation Damping</i>
PSS	<i>Power System Stabilizer</i>
RAT	Regulador Automático de Tensão
SEPs	Sistemas Elétricos de Potência
SMIB	<i>Single Machine Infinite Bus</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Justificativa	14
1.2	Objetivo	15
1.2.1	Objetivo geral	16
1.2.2	Objetivos específicos	16
1.3	Escopo da Pesquisa e Publicações Realizadas	16
1.4	Organização da Dissertação	17
2	REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1	Modelo de Sensibilidade de Corrente	18
2.1.1	Equações de Estados do MSC incerto	20
2.2	Sistema SMIB	23
2.2.1	Estratégia de controle	25
2.3	Desigualdades matriciais lineares	25
2.3.1	O Controlador LQR via LMI	27
2.3.2	Restrição por \mathcal{D} -Estabilidade	29
2.3.3	O Controlador \mathcal{D} LQR	31
2.3.4	Observador de Estados Robusto	32
2.3.5	Critério de Análise de Robustez	33
3	METODOLOGIA	35
3.1	O sistema SMIB	36
3.2	O sistema Stagg	37
4	RESULTADOS	38
4.1	Sistema SMIB	38
4.2	Sistema Stagg	42
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	46
	REFERÊNCIAS	47

1 INTRODUÇÃO

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEPs) atuais são caracterizados, em sua grande maioria, por grandes linhas de transmissão e sistemas de menor porte interligados. A interligação desses SEPs pode trazer algumas vantagens e desvantagens. Como vantagem, citam-se o melhor aproveitamento do potencial energético, tornando o sistema mais confiável, visto que em casos de falta em uma unidade geradora, o sistema pode ser suprido por outra unidade que está conectada a rede interligada. No entanto, a interligação feita por meio de grandes linhas de transmissão tem como desvantagens a limitação na transferência de potência entre áreas e o aparecimento de perturbações que comprometem a estabilidade do sistema (PÁDUA JÚNIOR, 2014; FORTES, 2016).

Em geral, as perturbações que comprometem a estabilidade do sistema são caracterizadas como pequenas e grandes. As pequenas perturbações podem ocorrer devido a variações normais de carga nos barramentos do sistema, ou ocorrem devido a oscilações rotacionais indesejadas em algum gerador do sistema. Por outro lado, as grandes perturbações ocorrem devido a curto-circuitos, retirada de uma linha de transmissão, ou a saída de um grande parque de geradores do SEP (PÁDUA JÚNIOR, 2014; PUPIN, 2018).

Nesse contexto, a resposta do sistema frente a essas perturbações causa diversos problemas de acordo com o seu tipo, *e.g.*, grandes perturbações como curto-circuitos podem provocar variações de tensão e frequência nos barramentos que afetarão as cargas do sistema, dependendo de suas características individuais (KUNDUR, 1994). Já as pequenas perturbações causam oscilações eletromecânicas de baixa frequência no SEP que, caso não sejam atenuadas, provocam desgastes mecânicos e perda de sincronismo nos geradores, podendo causar a interrupção no fornecimento de energia elétrica (MIOTTO, 2018). Paralelamente a isto, pode-se destacar as mudanças de carga que não foram consideradas no projeto dos controladores que, por sua vez, podem causar instabilidade no SEP quando acrescentadas ao modelo como um todo.

Do exposto, ao considerar as perturbações supracitadas, as pesquisas científicas classificam a estabilidade em categorias com o objetivo de facilitar a compreensão de tais fenômenos (KUNDUR, 1994). Dito isto, a estabilidade transitória dedica-se ao estudo de grandes perturbações, e a estabilidade de pequenos sinais abrange os fenômenos de pequenas perturbações (FORTES, 2016).

Na área de estabilidade de pequenos sinais, as oscilações de baixa frequência (foco

do presente trabalho) estão relacionadas ao comportamento dos rotores dos geradores, e são classificadas de acordo com a sua frequência. Os modos oscilatórios do tipo locais possuem faixa de 0,8 a 2,0 Hz, já os modos interáreas ou globais estão contidos na faixa de 0,1 a 0,7 Hz (KUNDUR, 1994). Além disso, é possível descrever o comportamento da perturbação ao analisar os tipos de modos oscilatórios do sistema, a saber: os modos locais ocorrem quando geradores de determinado local oscilam contra o restante do sistema ou contra outra unidade geradora da mesma área; por outro lado, os modos interáreas ocorrem quando há interação entre diversas unidades geradoras, *i.e.*, quando um grupo de geradores numa mesma área oscilam contra outros grupos de geradores em áreas vizinhas (FORTES, 2016).

Posto isto, a análise dos modos oscilatórios do SEP por meio de modelos matemáticos é fundamental para a identificação de problemas provocados por cada tipo de perturbação (KUNDUR, 1994). Na literatura existem vários modelos matemáticos que podem ser utilizados para representar o SEP, destacando-se primeiramente o Modelo Heffron e Phillips (MHP) proposto em 1952 (HEFFRON; PHILLIPS, 1952; DEMELLO; CONCORDIA, 1969). Este modelo produz resultados confiáveis acerca das oscilações de baixa frequência, contudo a sua expansão para modelos multimáquinas necessita da manutenção do barramento infinito, bem como a redução do SEP às barras terminais dos geradores e não preserva as características do sistema de transmissão, fatos estes que dificultam a implementação do modelo em sistemas maiores, como os atuais. Além disso, essas características do MHP apresentam limitações ao modelo e dificultam a inclusão de controladores no sistema (FORTES, 2016; PÁDUA JÚNIOR, 2014).

Tendo em vista as limitações do MHP, os autores Deckmann e Costa (1994) propuseram o Modelo de Sensibilidade de Potência (MSP), que é baseado no balanço nodal de potência ativa e reativa em cada barra do SEP. Esta nova metodologia facilita a expansão do modelo para grandes sistemas, com diferentes modelos de máquinas, mantendo a característica das cargas conectadas ao sistema.

Semelhantemente ao MSP, o Modelo de Sensibilidade de Corrente (MSC) proposto por Takahashi *et al.* (2018), é baseado no balanço nodal de correntes em cada barra do sistema, para todo instante de tempo. Tanto o MSP quanto o MSC não necessitam da manutenção do barramento infinito, além de preservarem as características da rede de transmissão. Além disso, ambos os modelos facilitam a inclusão de dispositivos controladores ao sistema com o objetivo de estabilizar e inserir amortecimento nos modos oscilatórios do SEP, de acordo com as faixas

de frequência que ocorrem. Normalmente, os modos locais podem ser amortecidos usando o *Power System Stabilizer* (PSS) acoplado ao Regulador Automático de Tensão (RAT) dos geradores, e no caso dos modos interáreas, pode ser utilizado o *Power Oscillation Damping* (POD) aplicado a um dispositivo *Flexible AC Transmission Systems* (FACTS) (FORTES *et al.*, 2017).

A existência de oscilações eletromecânicas de baixa frequência nos SEPs podem, caso não sejam sanadas, desencadear uma série de eventos que podem comprometer a operação dos SEPs, ou até mesmo torná-los instáveis (FORTES, 2016). Dessa forma, técnicas de controle devem ser utilizadas para inserir sinais estabilizantes nos SEPs a fim de inserir amortecimento adicional a essas oscilações eletromecânicas de baixa frequência.

1.1 Justificativa

Na literatura existem vários métodos que podem ser utilizados para inserir amortecimento adicional a estas oscilações, destacando-se as baseadas em métodos de otimização e as estratégias de controle robusto (FORTES, 2016).

Os métodos de otimização têm sido utilizados no ajuste dos parâmetros dos controladores suplementares de amortecimento PSS e POD em sistema multimáquinas. Neste caso pode-se citar o *bacterial foraging optimization algorithm* (BFO) (MENEZES *et al.*, 2014), *particle swarm optimization* (PSO) (MIOTTO *et al.*, 2016), multi-start (MS) e o *variable neighborhood search* (VNS) em (FORTES *et al.*, 2018), *fireworks algorithm* (FA) (FORTES *et al.*, 2017) e o *Genetic Algorithms* (GA) (GAMINO *et al.*, 2016).

Os métodos de otimização têm sido utilizado no ajuste dos parâmetros dos controladores suplementares de amortecimento PSS e POD em sistema multimáquinas. Neste caso pode-se citar o *bacterial foraging optimization algorithm* (BFO) (MENEZES *et al.*, 2014), *particle swarm optimization* (PSO) (MIOTTO *et al.*, 2016), multi-start (MS) e o *variable neighborhood search* (VNS) em (FORTES *et al.*, 2018), *fireworks algorithm* (FA) (FORTES *et al.*, 2017) e o GA (GAMINO *et al.*, 2016).

Para o controle robusto, o trabalho de Yathisha e Patilkulkarni (2018) propõe os controladores *Linear Quadratic Regulator* (LQR) e *Linear Quadratic Gaussian* (LQG) com base na técnica de controle chaveado para coordenar o PSS e o *Unified Power Flow Controller* (UPFC). Os autores deste trabalho usam essa abordagem com o objetivo de estabilizar o sistema *Single Machine Infinite Bus* (SMIB) modelado via MHP com e sem distúrbios. Do exposto, os autores concluíram que o LQR é mais eficiente que o LQG, no entanto ao incluir os distúr-

bios, o LQG minimiza o erro em regime permanente. Por fim, Ghouraf e Naceri (2017) propõe um controle robusto baseado na norma H_2 aplicado ao PSS otimizado via meta-heurística GA justaposto ao RAT com o objetivo de estabilizar o sistema SMIB.

Um dos problemas que podem ser verificados nos trabalhos desenvolvidos que abordam esta problemática, está relacionado ao de fato de que estes consideram, na modelagem proposta, apenas sistemas nos seus pontos de operações nominais, ou com pequenas variações nas cargas desses sistemas simulados, o que evidencia a não robustez dos resultados obtidos (FORTES *et al.*, 2016a; FORTES *et al.*, 2016b; FORTES *et al.*, 2018).

Portanto, este trabalho propõe uma nova aplicação de controle robusto com observador de estados que insere um sinal estabilizante ao RAT com o objetivo de adicionar amortecimento aos modos oscilatórios presentes nos SEPs. Esta abordagem é desenvolvida usando conceitos de LQR e \mathcal{D} -estabilidade (\mathcal{D} LQR) juntamente com ganho de realimentação de estados observados ($L_{\mathcal{D}}$) via Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs), que por sua vez permite estabilizar os sistemas para mais de um ponto de operação, i.e., os sistemas podem ser modelados politopicamente com o objetivo de simular mudança nas cargas do sistema.

Além disso, esse trabalho implementa a estratégia de controle proposta no sistema SMIB e no sistema Stagg (com até dois geradores síncronos) usando o MSC. Tal aplicação não foi realizada em nenhum trabalho citado anteriormente.

Por fim, a abordagem de controle proposta é avaliada e comparada por meio da resposta no domínio do tempo, os índices de desempenho o (IAE, ISE, ITAE e ITSE), e a resposta no domínio da frequência. Dessa forma, a eficiência e a robustez dos controladores em estabilizar e inserir amortecimento nos modos oscilatórios do sistema podem ser avaliada e comprovada, credenciando esta pesquisa como importante ferramenta no estudo de estabilidade de sistemas elétricos de potência.

1.2 Objetivo

Esta seção descreve o objetivo geral do presente trabalho, bem como os seus detalhes específicos.

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo principal deste trabalho é projetar um controlador robusto que seja capaz de garantir a estabilidade dos SEPs modelados politopicamente usando o MSC, ao mesmo tempo que insere amortecimento adicional aos modos locais de oscilação de cada sistema abordado.

1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- realizar a modelagem politópica dos SEPs usando o MSC;
- implementar o fluxo de carga para cada ponto de operação analisado;
- aplicar a estratégia de controle adotada nos sistemas SMIB e Stagg;
- analisar os resultados obtidos por meio de resposta temporal, índices de desempenho, e análise no domínio da frequência.

1.3 Escopo da Pesquisa e Publicações Realizadas

O escopo desta pesquisa abrange o desenvolvimento e comparação entre controladores ótimos e robustos aplicados a estabilidade SEPs no domínio do tempo contínuo. Todavia, esta pesquisa também contribuiu para a publicação de um artigo no domínio do tempo discreto. Nesse contexto, os artigos publicados no período do mestrado em engenharia elétrica foram:

- REZENDE, J. C.; CARVALHO, L.; COSTA, M. V. S.; FORTES, E. V.; MACEDO, L. H. Robust Control via LMIs Applied to Small-Signal Stability. In: **2021 14th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**. IEEE, 2021. Disponível em: <<https://10.1109/induscon51756.2021.9529378>>.
- REZENDE, J. C.; CARVALHO, L.; NETO, J. R. L.; COSTA, M. V. S.; FORTES, E. V.; MACEDO, L. H. LQR Design Using LMIs and the Robust D-Stability Criterion for Low-Frequency Oscillation Damping in Power Systems. In: **2021 14th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**. IEEE, 2021. Disponível em: <<https://10.1109/induscon51756.2021.9529623>>.
- CARVALHO, L.; REZENDE, J. C.; COSTA, M. V. S.; FORTES, E. V.; MACEDO, L. H. Robust model predictive control via LMIs applied for damping low-frequency electromechanical oscillations in power systems. In: **2021 14th IEEE International**

Conference on Industry Applications (INDUSCON). IEEE, 2021. Disponível em: <<https://10.1109/INDUSCON51756.2021.9529699>>.

Portanto, é possível atestar que esta pesquisa possui importantes contribuições no estudo de Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência ao diversificar e inovar as estratégias de controle usadas nesta área de pesquisa.

1.4 Organização da Dissertação

O presente trabalho está organizado em cinco seções, nas quais são expostas de forma resumida a seguir:

- **Capítulo 1:** Expõe uma breve introdução sobre o tema acerca de estabilidade dos SEPs, bem como seus problemas e as estratégias adotadas pelas pesquisas atuais para amenizar ou até eliminar tais problemas. Além disso, o escopo do trabalho é apresentado juntamente com as suas contribuições científicas.
- **Capítulo 2:** Descreve a fundamentação teórica para a modelagem dos SEPs por meio do MSC com base na teoria politópica. Além disso, as estratégias de controle ótimo e robustos são demonstradas de forma aplicada ao problema de estabilidade proposto no trabalho.
- **Capítulo 3:** Fornece a metodologia utilizada para desenvolver a modelagem dos SEPs com a teoria dos politopos, bem como a abordagem de controle da estabilidade via LMIs aplicado ao sistema SMIB e ao sistema Stagg.
- **Capítulo 4:** Compara os resultados do desempenho dos controladores propostos aplicados no sistema SMIB e Stagg frente a perturbações exógenas ao sistema. Esta comparação é realizada por meio de análises da resposta temporal e da resposta no domínio da frequência, bem como a análise por meio de índices de desempenho.
- **Capítulo 5:** Conclui o trabalho com a exposição das contribuições dos resultados para a pesquisa científica relativa a estabilidade de SEPs e as propostas para os trabalhos futuros.

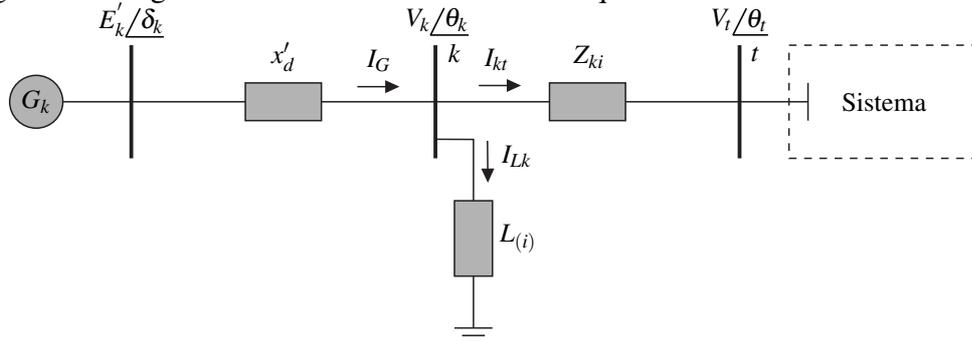
2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo aborda os conceitos sobre o MSC genérico para o sistema multimáquinas, bem como a teoria acerca de estabilidade e controle de SEPs necessária para estabilizar os sistemas e inserir amortecimento adicional aos modos oscilatórios. Além disso, a teoria sobre estabilidade via LMIs é exposta na presente seção.

2.1 Modelo de Sensibilidade de Corrente

O diagrama unifilar ilustrado na Figura 1 representa uma parte genérica do SEP. Este contém um gerador síncrono G_k conectado a barra terminal k que, por sua vez é conectada a barra t por meio de uma linha de transmissão com impedância Z_{ki} . Além disso, L representa uma eventual carga conectada ao barramento k , e o índice i representa a variação politópica do sistema.

Figura 1 – Diagrama unifilar do sistema multimáquinas.



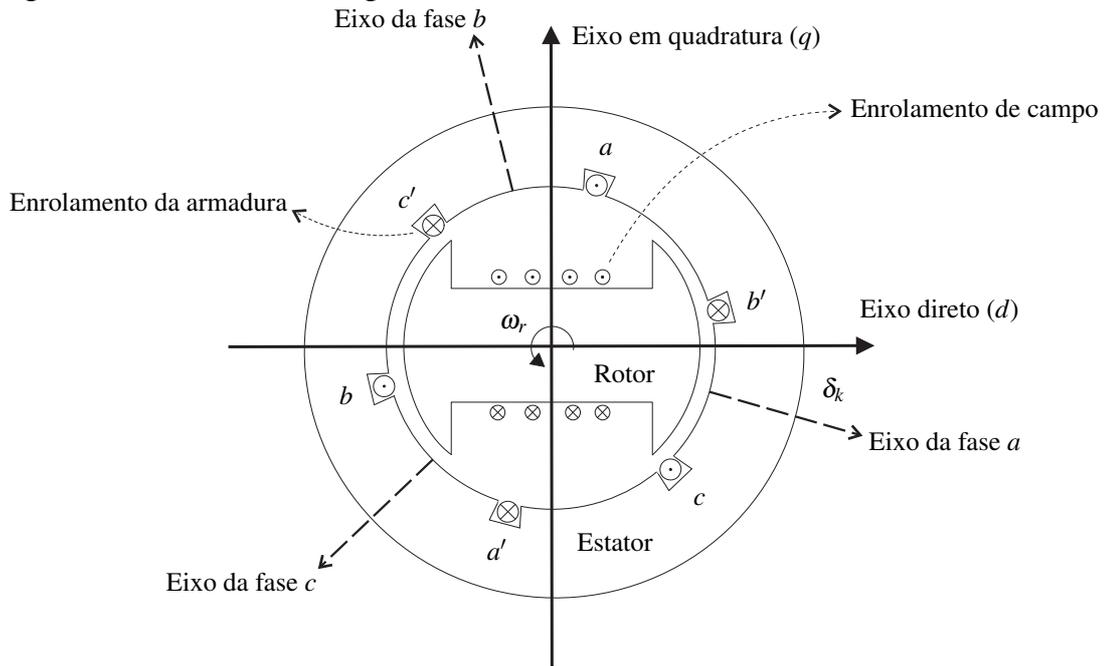
Fonte: Adaptado de (FORTES, 2016).

Na Figura 1, E'_k , V_k , δ_k , θ_k são, respectivamente, as tensões interna e terminal do gerador síncrono, e seus respectivos ângulos de fase. V_t é a tensão no barramento t , e θ_t seu ângulo de fase. A corrente I_{Gk} é fornecida pelo gerador e x'_d a sua reatância transitória de eixo direto. I_{Lk} é a corrente absorvida pela carga L , e I_{kt} é a corrente que percorre a linha de transmissão.

Para dedução do MSC, considere um gerador síncrono representado por três enrolamentos no estator (fases a , b e c) e um enrolamento no rotor (enrolamento de campo), conforme diagrama mostrado na Fig. 2 (KUNDUR, 1994). Neste diagrama, as grandezas do gerador podem ser representadas nas coordenadas do sistema rotativo, com os eixos em quadratura e direto (d , q) (FORTES, 2016).

Nesse contexto, a conversão das grandezas do sistema de coordenadas real e ima-

Figura 2 – Enrolamentos do gerador síncrono.



Fonte: Adaptado de (KUNDUR, 1994).

ginário (r, m) para o sistema de coordenadas rotativas (d, q) é realizada por meio da matriz de transformação T , descrita na Equação (2.1) e a operação inversa na Equação (2.2) (ANDERSON *et al.*, 2003).

$$\begin{bmatrix} d \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \delta_k & -\cos \delta_k \\ \cos \delta_k & \sin \delta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ m \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} r \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \delta_k & \cos \delta_k \\ -\cos \delta_k & \sin \delta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ q \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Portanto, ao analisar a Figura 1, bem como considerar as transformações de coordenadas das Equações (2.1)–(2.2), é possível deduzir as Equações (2.3)–(2.6) básicas do MSC para um SEP genérico (FORTES, 2016).

$$V_{d_k} = V_k \sin(\delta_k - \theta_k) \quad (2.3)$$

$$V_{q_k} = V_k \cos(\delta_k - \theta_k) \quad (2.4)$$

$$I_{G_{d_k}} = \frac{E'_{q_k} - V_{q_k}}{x'_{d_k}} \quad (2.5)$$

$$I_{G_{q_k}} = \frac{V_{d_k}}{x_{q_k}} \quad (2.6)$$

Nas Equações (2.3)–(2.6), x_{q_k} , V_{d_k} e V_{q_k} são, respectivamente, a reatância transitória de eixo em quadratura, a tensão terminal de eixo direto e em quadratura do gerador G_k . Por fim, E'_q é a tensão interna de quadratura do gerador.

As deduções do MSC consideram as equações de balanço nodal das correntes nas barras do sistema, as equações eletromecânicas do gerador, e as equações de tensão interna e de excitação do gerador (FORTES, 2016). Ademais, a linearização do sistema é realizada via expansão por série de Taylor ao considerar pequenas variações no ponto de operação do sistema, em que o prefixo Δ representa tal variação para pequenas perturbações (KUNDUR, 1994).

2.1.1 Equações de Estados do MSC incerto

O sistema dado por (2.7)–(2.10) representa o modelo politópico incerto no espaço de estados do MSC no domínio do tempo (KUNDUR, 1994; Takahashi *et al.*, 2018), considerando as variações da potência ativa e reativa como incertezas ao modelo. O subíndice i indica a variação da potência ativa e reativa da carga nos seus extremos dos pontos de operação. Portanto, dentro deste contexto da modelagem $P_{Lk} \in [\underline{P}_{Lk}, \overline{P}_{Lk}]$ para potência ativa e $Q_{Lk} \in [\underline{Q}_{Lk}, \overline{Q}_{Lk}]$ para a potência reativa.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4_{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B1 \\ B2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\Delta x = \left[\begin{bmatrix} \Delta \omega_1 \cdots \Delta \omega_{ng} \\ \Delta \delta_1 \cdots \Delta \delta_{ng} \\ \Delta E'_{q1} \cdots \Delta E'_{q_{ng}} \\ \Delta E_{fd1} \cdots \Delta E_{fd_{ng}} \end{bmatrix} \right]^T \quad (2.8)$$

$$\Delta u = \left[\begin{bmatrix} \Delta P_{m1} \cdots \Delta P_{m_{ng}} \\ \Delta V_{ref1} \cdots \Delta V_{ref_{ng}} \\ \Delta P_{l1} \cdots \Delta P_{l_{nb}} \\ \Delta Q_{l1} \cdots \Delta Q_{l_{nb}} \end{bmatrix} \right]^T \quad (2.9)$$

$$\Delta z = \left[\begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \cdots \Delta \theta_{nb} \\ \Delta V_1 \cdots \Delta V_{nb} \end{bmatrix} \right]^T \quad (2.10)$$

As submatrizes $J1$, $J2$, $J3$, $J4_{(i)}$, $B1$ e $B2$, exibidas nas equações (2.7) são detalhadas no trabalho de Fortes (2016) para apenas um ponto de operação. Utilizando a teoria da caixa convexa de

Kothare *et al.* (1994) para o contexto politópico LTV, esta modelagem é então expandida para sistemas incertos estruturados na forma de politopo, conforme apresentado anteriormente.

Na Equação (2.8), Δx_k representa as variáveis de estado do sistema, sendo que $\Delta \omega_k$, $\Delta \delta_k$, $\Delta E'_{qk}$ e ΔE_{fd} representam, respectivamente, a velocidade angular e o ângulo interno do rotor, a tensão interna de quadratura, e a tensão de campo do gerador síncrono.

Em (2.9), Δu representa o vetor de entradas do sistema, onde ΔP_M é a potência de entrada, ΔV_{refk} é a tensão de referência do RAT, ΔP_{Lk} e ΔQ_{Lk} representam, respectivamente, a potência ativa e reativa drenadas por uma eventual carga Lk ligada ao barramento terminal do gerador.

Por fim, em (2.10) é apresentada as variáveis algébricas do sistema, representadas por $\Delta \theta_k$ e ΔV_k , sendo que estas correspondem, respectivamente, ao ângulo e a magnitude da tensão na barra terminal do gerador.

O diagrama de blocos da Figura 3 representa o MSC incerto, no qual destaca-se o bloco que representa o RAT usando o MSC. A abordagem de controle exposta na seção 3 propõe a adição da estratégia de controle que insere um sinal estabilizante ao RAT com o objetivo estabilizar o sistema diante da variação das incertezas na carga.

Nesse contexto, a Equação (2.7) pode ser reescrito na forma dada por (2.11).

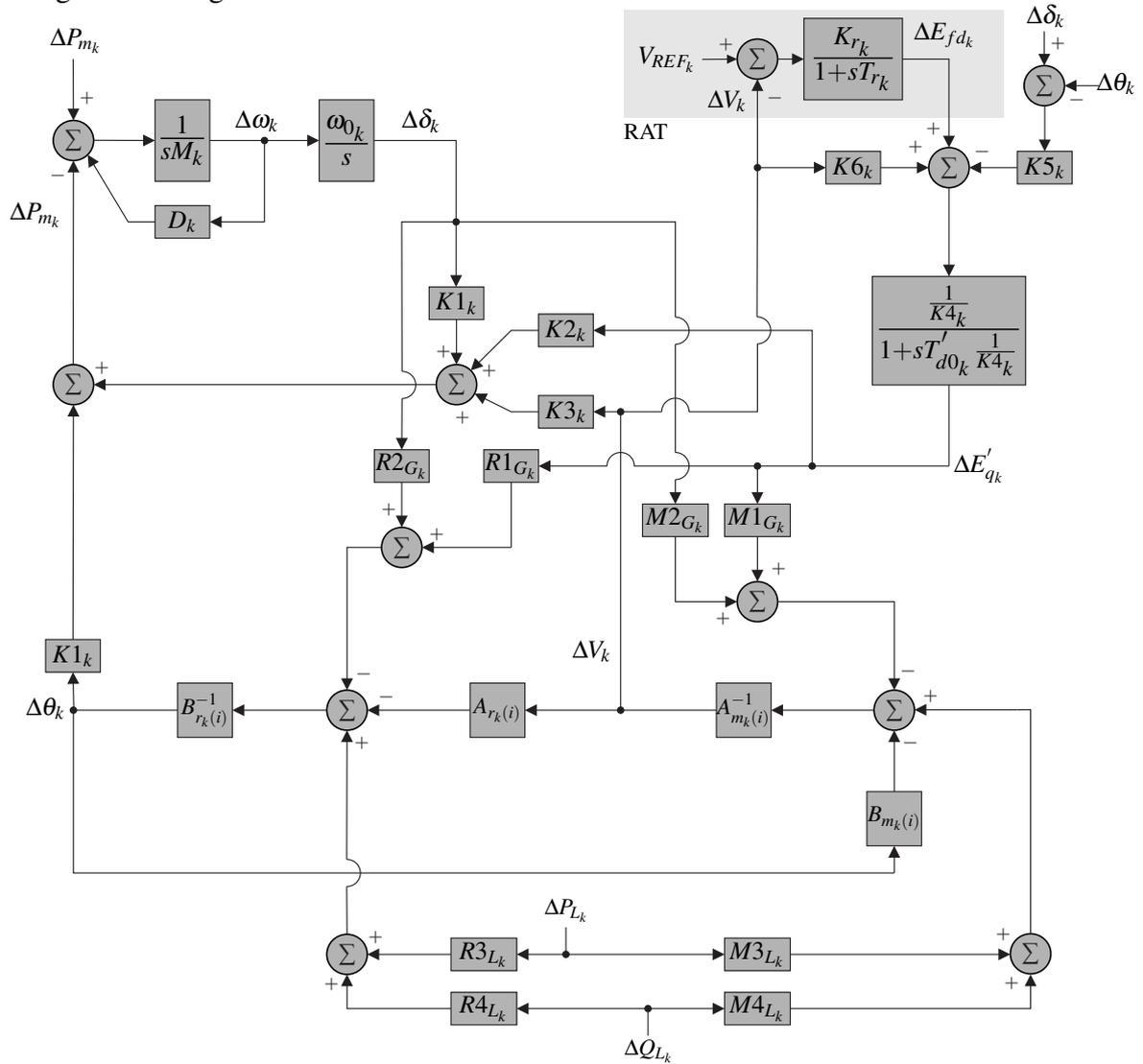
$$\Delta \dot{x} = A_{(i)} \Delta x + B_{(i)} \Delta u \quad (2.11)$$

Na Equação (2.11), $A_{(i)} = J1 - J2J4_{(i)}^{-1}J3$ e $B_{(i)} = B1 - J2J4_{(i)}^{-1}B2$, onde $J1$, $J2$, $J3$, $J4_i$, $B1$ e $B2$ são definidas em (2.12), (2.13) e (2.14), desenvolvidas com base em Fortes (2016), porém com $J4_i$ expandida para sistemas incertos LTV.

$$J1 = \begin{bmatrix} -\frac{D_k}{M_k} & -\frac{K1_k}{M_k} & -\frac{K2_k}{M_k} & 0 \\ \omega_{0k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K6_k & \frac{K5_k}{T'_{d0k}} & \frac{1}{T'_{d0k}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{rk}} \end{bmatrix}, \quad J2 = \begin{bmatrix} -\frac{K4_k}{M_k} & 0 & -\frac{K3_k}{M_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K8_k}{M_k} & 0 & \frac{K7_k}{M_k} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K4_k}{T_{rk}} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$J3 = \begin{bmatrix} 0 & R2_{Gk} & R1_{Gk} & 0 \\ 0 & M2_{Gk} & M1_{Gk} & 0 \end{bmatrix}, \quad J4_{(i)} = \begin{bmatrix} [J4_{11(i)}] & [J4_{12(i)}] \\ [J4_{21(i)}] & [J4_{22(i)}] \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Figura 3 – Diagrama de blocos do MSC incerto.



Fonte: Adaptado de Pádua Júnior (2014)

$$B1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{M_k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_{r_k}}{T_{r_k}} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -R3_{L_k} & -R4_{L_k} \\ 0 & 0 & -M3_{L_k} & -M4_{L_k} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

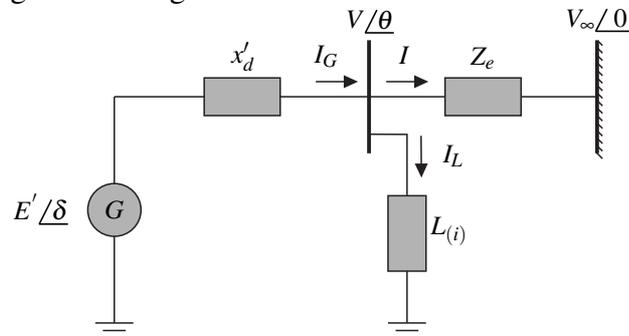
As expressões que descrevem os coeficientes das Equações (2.12)–(2.14) estão mais detalhados nos trabalhos de Fortes (2016) e Pádua Júnior (2014).

2.2 Sistema SMIB

O SMIB é um sistema clássico utilizado na literatura (KUNDUR, 1994) para o estudo de estabilidade dos SEPs. A Figura 4 descreve o esquema de distribuição composto por um gerador síncrono, uma eventual carga, e um barramento infinito.

Neste caso, as deduções do MSC consideram um barramento infinito V_∞ com fase zero. Portanto, ao aplicar as equações da seção 2.1 no SEPs da Figura 4, tem-se as Equações (2.15)–(2.17), que consideram a variação politópica $P_L \in [\underline{P}_L, \overline{P}_L]$ para potência ativa e $Q_L \in [\underline{Q}_L, \overline{Q}_L]$ para a potência reativa.

Figura 4 – Diagrama unifilar do sistema SMIB.



Fonte: Adaptado de Anderson *et al.* (2003).

$$J1 = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & -\frac{K1}{M} & -\frac{K2}{M} & 0 \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{KA}{T'_{d0}} & -\frac{x_d}{x'_d T'_{d0}} & \frac{1}{T'_{d0}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix}, \quad J2 = \begin{bmatrix} \frac{K1}{M} & \frac{K3}{M} \\ 0 & 0 \\ \frac{KA}{T'_{d0}} & \frac{KV}{T'_{d0}} \\ 0 & -\frac{K_r}{T_r} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$J3 = \begin{bmatrix} 0 & R2_G & R1_G & 0 \\ 0 & M2_G & M1_G & 0 \end{bmatrix}, \quad J4_{(i)} = \begin{bmatrix} A_{r(i)} & B_{r(i)} \\ A_{m(i)} & B_{m(i)} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

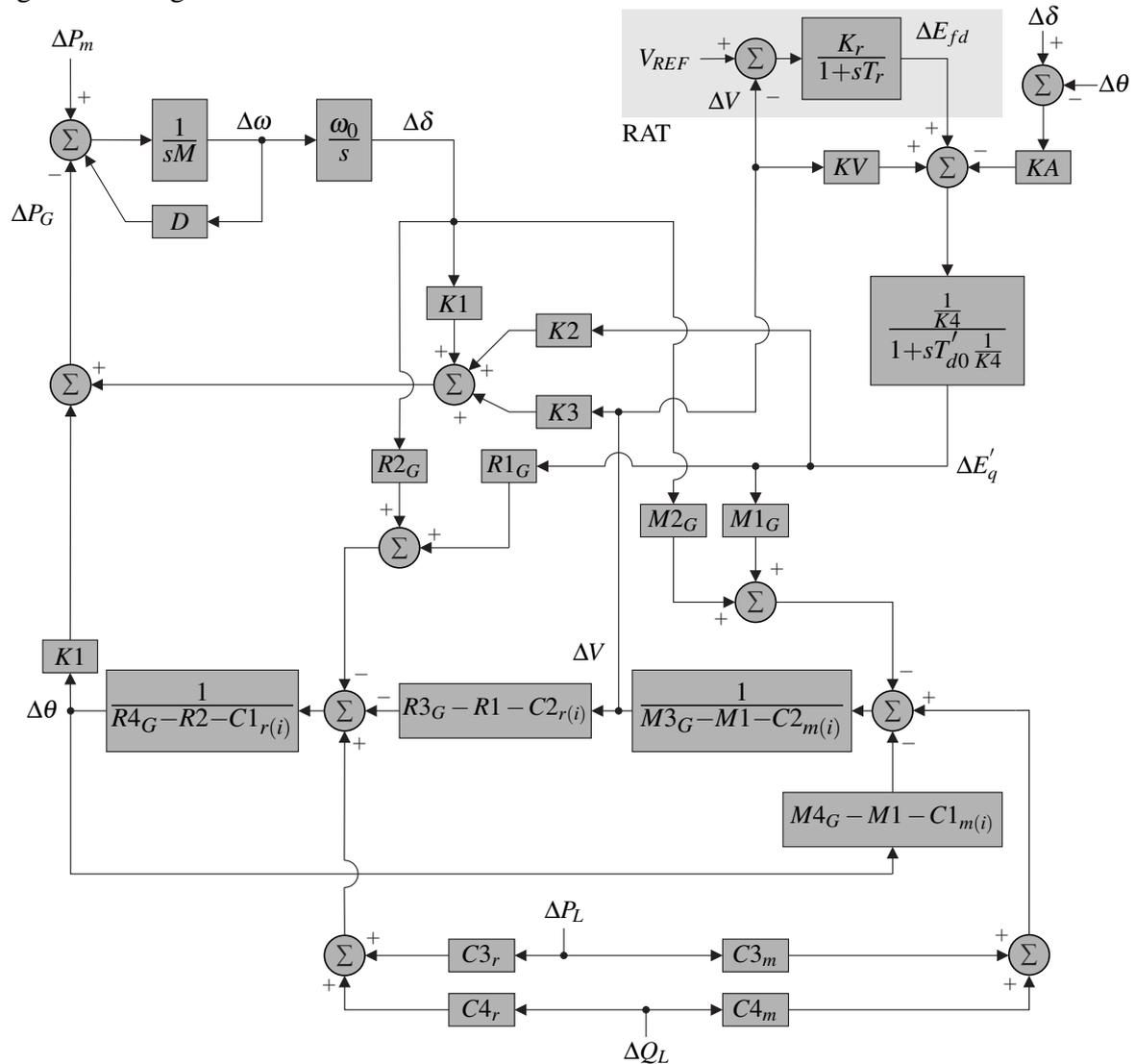
$$B1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{M} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_r}{T_r} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -R3_L & -R4_L \\ 0 & 0 & -M3_L & -M4_L \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Os valores e as expressões que descrevem os coeficientes e as constantes das Equações (2.15)–(2.17) podem ser facilmente obtidos no trabalho de Fortes *et al.* (2020) para um

ponto de operação.

Nesse contexto, O diagrama de blocos da Figura 5 representa o conjunto de equações do sistema SMIB com incertezas paramétricas, no qual destaca-se o bloco que representa o RAT, usado na estratégia de controle.

Figura 5 – Diagrama de blocos do SMIB.



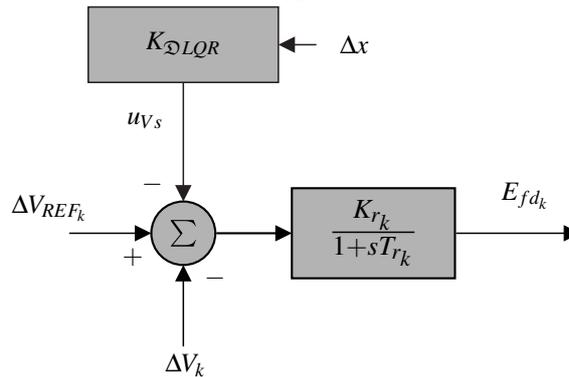
Fonte: Autoria própria.

Na Figura 5, destaca-se o bloco do RAT, que será usado para inserir o sinal estabilizante no sistema com o objetivo de controlá-lo. Além disso, é possível verificar os coeficientes modelados politopicamente.

2.2.1 Estratégia de controle

Conforme a Figura 6, o modelo no espaço de estados do MSC incerto na Equação (2.11) pode ser modificado com o objetivo de considerar o vetor de tensão suplementar do RAT (FORTES *et al.*, 2020) considerando o princípio da superposição.

Figura 6 – Diagrama do RAT com o sinal estabilizante u_{Vs} .



Fonte: Adaptado de (FORTES *et al.*, 2020).

Essa mudança no RAT do sistema pode ser descrita a partir de (2.18), em que (2.19) é o ganho de realimentação de estados do LQR.

$$\Delta \dot{x} = A_i \Delta x + B_{Vs} u_{Vs} + B_i \Delta u \quad (2.18)$$

$$u_{Vs} = -K_{DLQR} \Delta x \quad (2.19)$$

Na Equação (2.18), $B_{Vs} = [0 \ 0 \ 0 \ \frac{K_r}{T}]^t$. Além disso, o sinal Δu considera uma perturbação exógena ao sistema representado pelo MSC que será compensado pelo RAT, garantindo a estabilidade do sistema. A Figura 6 ilustra o diagrama do espaço de estados do RAT baseada na lei de controle dada em (2.19). A seção 2.3 a seguir detalha a estratégia de controle proposta com base na modelagem até então apresentada.

2.3 Desigualdades matriciais lineares

As LMIs são ferramentas de projeto utilizadas na teoria de controle para solução de problemas através de algoritmos de otimização convexa. Essas técnicas permitem uma variedade de especificações de projetos e restrições que podem ser expressas como LMIs, sendo

uma alternativa para os clássicos métodos "analíticos" devido a eficiência dos algoritmos em solucionar problemas numéricos (COSTA, 2012).

Dito isto, uma LMI com variável $x \in \mathfrak{R}^m$ pode ser definida através da Equação (2.20) (BOYD, 1994).

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (2.20)$$

Na Equação (2.20), $F_i = F_i^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ são matrizes simétricas de ordem n . Portanto, a LMI dada por $F(x)$ é dita definida positiva, em que o seu conjunto solução denotado por $\{x \in \mathfrak{R}^m \mid F(x) > 0\}$ é convexo.

Segundo Aguirre *et al.* (2007), esses conceitos são importantes para formular problemas em controle robusto como problemas de otimização convexa que minimizam uma função objetivo linear de um vetor de variáveis $x \in \mathfrak{R}^m$ com restrições via LMIs, como mostra a Equação (2.21).

$$\begin{cases} \min_x & c^T x \\ \text{Sujeito a :} & F(x) > 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

A solução do problema de otimização da Equação (2.21) com restrições descritas por LMIs (também denominado de problema de factibilidade) pode ser obtida por meio de algoritmos como o LMILAB, LMITOOL, SeDuMi, LMISol, e SDPT3 (AGUIRRE *et al.*, 2007).

Nesse contexto, as LMIs surgem como uma das mais importantes ferramentas da teoria de controle robusto para sistemas incertos, visto que as abordagens referentes a estabilidade de Lyapunov são solucionadas via otimização com restrições a uma função objetivo dada por LMIs (COSTA, 2017).

Portanto, para a descrição por LMIs da estabilidade de Lyapunov, considere o sistema dinâmico linear da Equação (2.22), em que $x \in \mathfrak{R}^n$ e $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \quad (2.22)$$

Segundo Aguirre *et al.* (2007) e Boyd (1994), o Teorema de Lyapunov garante que o sistema da Equação (2.22) é assintoticamente estável se, e somente se existir uma matriz $P = P^T > 0$ que satisfaz as LMIs da Equação (2.23).

$$A^T P + PA < 0 \quad (2.23)$$

Conforme já mencionado, a estabilidade de Lyapunov caracterizada por LMIs permite desenvolver abordagens de controle robusto com o intuito de verificar a estabilidade de uma família de sistemas. posto isto, considere agora que o sistema A da Equação (2.22) é um sistema incerto com um politopo descrito por k vértices, em que qualquer ponto $p \in \mathcal{P}$ pode ser escrito através da combinação convexa dos vértices, como mostra a Equação (2.24).

$$\dot{x}(t) = Ax(t), \quad A \in \mathcal{P} = \left\{ A \mid A = \sum_{i=1}^k \alpha_i A_i, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \right\} \quad (2.24)$$

Desse modo, o sistema incerto da Equação (2.24) é dito quadraticamente estável se existe uma matriz $P = P^T > 0$ que satisfaz as LMIs da Equação (2.25) (AGUIRRE *et al.*, 2007).

$$\begin{cases} A_1^T P + PA_1 < 0 \\ A_2^T P + PA_2 < 0 \\ \vdots \\ A_i^T P + PA_i < 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

A abordagem de estabilidade via LMIs da Equação (2.25) facilita o projeto de controladores robustos de sistemas incertos com variação politópica, como será discutido nas seções 2.2.1, 3.1 e 3.2 sobre os SEPs.

2.3.1 O Controlador LQR via LMI

Considere o controlador LQR baseado na minimização do índice de desempenho quadrático definido na Equação (2.26), em que $Q_c = Q_c^T \geq 0$ e $R_c = R_c^T \geq 0$ são as matrizes de ponderação (OGATA, 2011).

$$J(\Delta x, u_{V_s}, t) = \int_0^{\infty} (\Delta x^T Q_c \Delta x + u_{V_s}^T R_c u_{V_s}) dt \quad (2.26)$$

Nesse contexto, considere $V(\Delta x) > 0$ como sendo uma função quadrática de Lyapunov, definida na Equação (2.27), tal que $P = P^T \geq 0$.

$$V(\Delta x) = \Delta x^T P \Delta x \quad (2.27)$$

Segundo Boyd (1994), o teorema de Lyapunov para LMIs considera que o ponto de equilíbrio de (2.27) é satisfeito se o gradiente deste for estritamente negativo. Portanto,

para o critério de projeto do ganho LQR, alinha-se o gradiente mostrado em (2.26), para que o gradiente exibido em (2.27) seja definido por (2.28).

$$\dot{V}(\Delta x) \leq -\dot{J}(\Delta x, u_{V_s}, t) < 0 \quad (2.28)$$

Ao considerar $\Delta u = 0$ na Equação (2.18) e aplicando este conceito em (2.28) juntamente com a lei controle da Equação (2.19), porém, considerando a realimentação de estados Δx , formula-se a inequação de Riccati da Equação (2.29), para $Q = Q^T = P^{-1} > 0$.

$$(A_i - B_{V_s} K_{LQR})^T P + P(A_i - B_{V_s} K_{LQR}) + Q_c + K_{LQR}^T R_c K_{LQR} \leq 0 \quad (2.29)$$

Por outro lado, ao multiplicar Q à esquerda e à direita na Equação (2.29) e, em seguida, considerar $Y = K_{LQR} Q$ e $\Phi_i = (A_i Q - B_{V_s} Y) + (A_i Q - B_{V_s} Y)^T$, obtém-se (2.30).

$$\Phi_i + Q Q_c Q + Y^T R_c Y \leq 0, \quad (2.30)$$

Segundo Boyd (1994), ao aplicar o complemento de Schur na Equação (2.30) é possível obter a LMI da Equação (2.31).

$$\begin{bmatrix} -\Phi_i & Q^T & Y^T \\ Q & Q_c^{-1} & 0 \\ Y & 0 & R_c^{-1} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (2.31)$$

Do exposto, é possível concluir que o procedimento de restrição LQR via LMI pode ser definido pela expressão da Equação (2.32).

$$\begin{aligned} & \min_{Q=Q^T, Y} \text{Tr}\{Q\} \\ & \text{sujeito a :} \\ & \begin{bmatrix} -\Phi_i & Q^T & Y^T \\ Q & Q_c^{-1} & 0 \\ Y & 0 & R_c^{-1} \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Portanto, a Equação (2.32) apresenta a função de otimização com restrições descritas por LMIs para o controlador ótimo LQR.

2.3.2 Restrição por \mathfrak{D} -Estabilidade

Conforme Chilali e Gahinet (1996), o conceito de \mathfrak{D} -estabilidade consiste em uma região no plano complexo cujo conjunto solução está sujeito a restrições convexas como definido em (2.33).

$$\mathfrak{D} = \left\{ z \in \mathbb{C} : \sum_{0 \leq k, j \leq m} c_{kj} z^k \bar{z}^j < 0 \right\} \quad (2.33)$$

A partir da Equação (2.33), as regiões LMIs são definidas como expressões \mathfrak{D} -estáveis modeladas a partir de (2.34).

$$\mathfrak{D} = \{z \in \mathbb{C} : f_{\mathfrak{D}}(z) < 0\} \quad (2.34)$$

Na Equação (2.34), $f_{\mathfrak{D}} = \alpha + z\beta + \bar{z}\beta^T$. Todavia, para sistemas matriciais incertos modelados politopicamente, a expressão (2.34) é generalizada em (2.35).

$$\mathcal{M}_{\mathfrak{D}}(A, X) = \alpha \otimes X + \beta \otimes (A_i X) + \beta^T \otimes (A_i X)^T \quad (2.35)$$

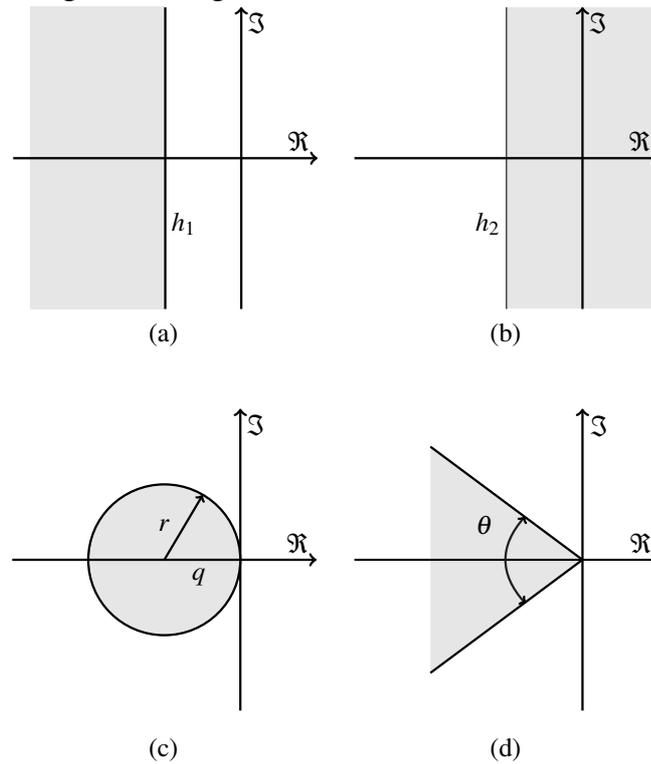
Portanto, ao utilizar a abordagem baseada na Equação (2.35) definida no trabalho de Chilali e Gahinet (1996), as regiões LMIs (vide Figura 7) baseadas na estabilidade de Lyapunov são estabelecidas nas Equações (2.36)–(2.39):

$$f_{\mathfrak{D}} = -2h_1 Q + A_i Q + Q A_i^T < 0 \quad (2.36)$$

Na Equação (2.36), $f_{\mathfrak{D}}$ corresponde a região \mathfrak{D} -estável com restrição LMI no semiplano esquerdo $\Re(z) < h_1$, $h_1 \in \mathbb{R}$, conforme a Figura 7-(a).

$$f_{\mathfrak{D}} = 2h_2 Q - (A_i Q + (A_i Q)^T) < 0 \quad (2.37)$$

De forma semelhante ao semiplano esquerdo, a Equação (2.37) descreve que $f_{\mathfrak{D}}$ corresponde a região \mathfrak{D} -estável com restrição LMI no semiplano direito $\Re(z) < h_2$, $h_2 \in \mathbb{R}$, conforme a Figura 7-(b).

Figura 7 – Regiões de \mathcal{D} -estabilidade.

Fonte: Autoria própria.

$$f_{\mathcal{D}} = \begin{bmatrix} -rQ & qQ + A_i Q \\ qQ + Q A_i^T & -rQ \end{bmatrix} < 0 \quad (2.38)$$

Na Equação (2.38), a expressão de $f_{\mathcal{D}}$ descreve a região \mathcal{D} -estável com restrição LMI no disco centrado em $(q, 0)$ e raio r , sendo $q, r \in \mathbb{R}$, conforme a Figura 7-(c).

$$f_{\mathcal{D}} = \begin{bmatrix} \sin(\theta)T_1 & \cos(\theta)\bar{T}_1 \\ \cos(\theta)\bar{T}_1^T & \sin(\theta)T_1 \end{bmatrix} < 0 \quad (2.39)$$

Na Equação (2.39), $T_1 = A_i Q + Q A_i^T$. Além disso, $f_{\mathcal{D}}$ corresponde a região \mathcal{D} -estável com restrição LMI de seção cônica com vértice na origem e ângulo interno de 2θ , sendo $\theta \in \mathbb{R}$ e $0 \leq \theta \leq \pi$, conforme a Figura 7-(d).

Do exposto, as Equações (2.36)–(2.39) descrevem as LMIs convexas que podem ser adicionadas ao processo de restrição para a obtenção do ganho do controlador por realimentação de estados, como será desenvolvido na seção 2.3.3.

2.3.3 O Controlador \mathfrak{D} LQR

Para projetar o controlador robusto \mathfrak{D} LQR, é necessário adicionar as restrições LMIs das Equações (2.36)-(2.39) em malha fechada com a função objetivo da Equação (2.32). Para tanto, considere a matriz em malha fechada com a realimentação de estados dada por $A_i - B_{Vs}K_{\mathfrak{D}LQR}$. Portanto, considere agora a Equação (2.36), que ao desenvolver a abordagem juntamente com a realimentação de estados, tem-se a Equação (2.40).

$$-2h_1Q + (A_{(i)} - B_{Vs}K_{\mathfrak{D}LQR})^T + (A_{(i)}Q - B_{Vs}K_{\mathfrak{D}LQR}) < 0 \quad (2.40)$$

Por inspeção, é possível obter a Equação (2.41) a partir da Equação (2.40) ao considerar o ganho $K_{\mathfrak{D}LQR} = YQ^{-1}$.

$$f_{\mathfrak{D}} = -2h_1Q + (A_{(i)}Q - B_{Vs}Y)^T + (A_{(i)}Q - B_{Vs}Y) < 0 \quad (2.41)$$

Além disso, destaca-se que a Equação (2.41) pode ser simplificada através da Equação (2.42):

$$f_{\mathfrak{D}} = -2h_1Q + \Phi_i < 0 \quad (2.42)$$

Analogamente, as Equações (2.37)-(2.39) podem ser desenvolvidas com o objetivo de considerar as matrizes em malha fechada e, com isto, obter as Equações (2.43)-(2.45).

$$f_{\mathfrak{D}} = 2h_2Q - \Phi_i < 0 \quad (2.43)$$

$$f_{\mathfrak{D}} = \begin{bmatrix} -rQ & qQ + (A_{(i)}Q - B_{Vs}Y) \\ qQ + (A_{(i)}Q - B_{Vs}Y)^T & -rQ \end{bmatrix} < 0 \quad (2.44)$$

$$f_{\mathfrak{D}} = \begin{bmatrix} \sin(\theta)\Phi_i & \cos(\theta)\bar{\Phi}_i \\ \cos(\theta)\bar{\Phi}_i^T & \sin(\theta)\Phi_i \end{bmatrix} < 0 \quad (2.45)$$

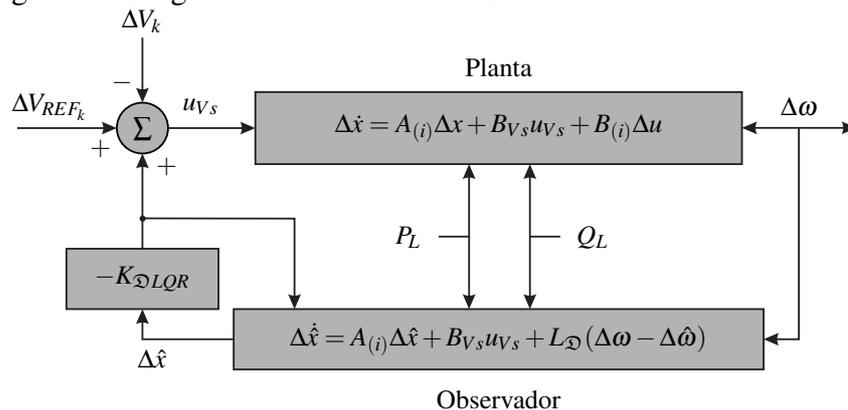
Portanto, se as LMIs das Equações (2.42)-(2.45) forem factíveis juntamente com a função objetivo da Equação (2.32), então existe um ganho de realimentação de estados $K_{\mathfrak{D}LQR}$ que estabiliza o sistema politópico da Equação (2.18) com as restrições de \mathfrak{D} -Estabilidade adotadas.

2.3.4 Observador de Estados Robusto

Na abordagem de controle por realimentação de estados, nem sempre é possível realizar medições nos estados da planta. Uma solução de contorno a este problema seria o uso de observadores para estimar os estados que não estão disponíveis (OGATA, 2011). Por vias clássicas do observador de estado, os modelos no espaço de estados observado são não nominais e determinísticos, ou seja, um único ponto de operação é estabelecido para o projeto do observador.

No caso do estudo proposto para o sistema incerto, o observador de estado também é incerto, porém limitado a caixa convexa de Kothare *et al.* (1994), nos mesmos moldes para o projeto do controle por realimentação de estados anteriormente mencionado. Na Fig. 8 é ilustrado o diagrama de blocos proposto para o sistema controlado-observado.

Figura 8 – Diagrama de blocos do observador de estados.



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 8, o modelo do observador de estados politópico é definido pela Equação (2.46), sendo que $\Delta \hat{\omega}$ é variação da velocidade angular estimada, $\Delta \hat{x}$ são os estados estimados e $L_{\mathcal{D}} = \check{Q}^{-1}W$ é ganho do observador de estados.

$$\Delta \dot{\hat{x}} = A_i \Delta \hat{x} + B_{Vs} u_{Vs} + L_{\mathcal{D}} (\Delta \omega - \Delta \hat{\omega}) \quad (2.46)$$

Na Equação (2.46), o ganho do observador de estados é obtido por meio da condição de estabilidade de Lyapunov juntamente com as condições de \mathcal{D} -Estáveis de Chilali e Gahinet (1996). Para a condição de estabilidade de Lyapunov, considere a matriz em malha fechada com o ganho do observador dada por $A_i - L_{\mathcal{D}}C$ aplicada na Equação (2.23) com o objetivo de obter a Equação (2.47).

$$(A - L_{\mathcal{D}}C)^T \check{Q} + \check{Q}(A - L_{\mathcal{D}}C) < 0 \quad (2.47)$$

A Equação (2.47) pode ser simplificada na Equação (2.48) ao considerar o ganho $L_{\mathcal{D}} = \check{Q}^{-1}W$, para $\check{Q} = \check{Q}^T > 0$.

$$A_i^T \check{Q} + \check{Q}A_i - WC - (WC)^T < 0 \quad (2.48)$$

Semelhantemente ao controlador \mathcal{D} LQR, é possível inserir uma restrição de uma região de disco de raio r_L centrado em $(q_L, 0)$ por meio da Equação (2.38), obtendo a Equação (2.39).

$$f_{\mathcal{D}} = \begin{bmatrix} -r_L \check{Q} & q_L \check{Q} + \check{Q}A_i - WC \\ q_L \check{Q} + A_i^T \check{Q} - C^T W^T & -r_L \check{Q} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.49)$$

Por fim, para verificar a estabilidade de malha fechada do controlador-observador aplicado ao sistema politópico, considere a matriz definida em (2.50) (OGATA, 2011).

$$\mathcal{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & -B_{V_s} K_{\mathcal{D}LQR} \\ L_{\mathcal{D}}C & A_i - B_{V_s} K_{\mathcal{D}LQR} - CL_{\mathcal{D}} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Conforme mostrado por Aguirre *et al.* (2007), a região \mathcal{D} -estável da Equação 2.49 confina os autovalores do sistema em malha fechada. Contudo, Ogata (2011) demonstra que o projeto do controlador-observador dado pelo teorema da separação nem sempre garante a estabilidade de malha fechada se projetados separadamente. Portanto, ao considerar o modelo politópico de Lyapunov de Boyd (1994), associado a estabilidade na região \mathcal{D} proposto por Chilali e Gahinet (1996), o modelo politópico da Equação (2.50) garante a estabilidade do controlador-observador ao aplicar as Equações (2.48) e (2.49).

2.3.5 Critério de Análise de Robustez

Considere o sistema de malha fechada em que a planta é definida em (2.18), em que $\Delta u = 0$. Por inspeção, é possível (2.51).

$$G_{P,i}(s) = C(sI - A_i)B_{V_s} \quad (2.51)$$

Na Equação (2.51), C é matriz de saída e $G_{P,i}(s)$ é a função de transferência dos estados. Por outro lado, o modelo do controlador politópico, $G_{c,i}(s)$, é definido (2.52).

$$G_{c,i}(s) = \frac{\Delta\omega}{u_{Vs}} = K(sI - A_{ci}) \quad (2.52)$$

Na Equação (2.52), i é um subíndice que representa os vértices do politopo confinados nas regiões $P_l \in [P_l, \overline{P}_l]$ e $Q_l \in [Q_l, \overline{Q}_l]$ conforme apresentado por Kothare *et al.* (1994).

Com o objetivo de atestar a robustez do controlador diante das incertezas, utiliza-se o método apresentado por Skogestad (2005), que é o critério de estabilidade robusta por incertezas não estruturadas. Para aplicar este método para o conceito politópico, é necessário adaptar as incertezas estruturadas (incertezas politópicas) no formato não estruturado. Para tanto, considere a incerteza multiplicativa adaptada definida na Equação (2.53).

$$\Delta_{m,i}(s) = \frac{G_{P,i}(s) - G_P(s)}{G_P(s)} \quad (2.53)$$

Na Equação (2.53), $G_{P,i}(s)$ é o modelo politópico de malha aberta e $G_P(s)$ é o modelo nominal escolhido para análise.

De outro modo, pode ser definido o modelo de malha fechada politópico, conforme a Equação (2.54), que é conhecido como função de sensibilidade complementar ou co-sensibilidade.

$$T_{cl,i}(s) = G_{c,i}(s)G_{P,i}(s) [I + G_{c,i}(s)G_{P,i}(s)]^{-1} \quad (2.54)$$

Destaca-se ainda que a Equação (2.54) pode ser utilizada com o objetivo de analisar a robustez na condição de pior caso em sistemas LTV modelados conforme a caixa convexa de Kothare (Kothare *et al.*, 1994). Dito isto, generalizando o critério Linear Time Invariant (LTI) proposto no trabalho de Skogestad (2005) para o contexto LTV, tem-se a Equação (2.55).

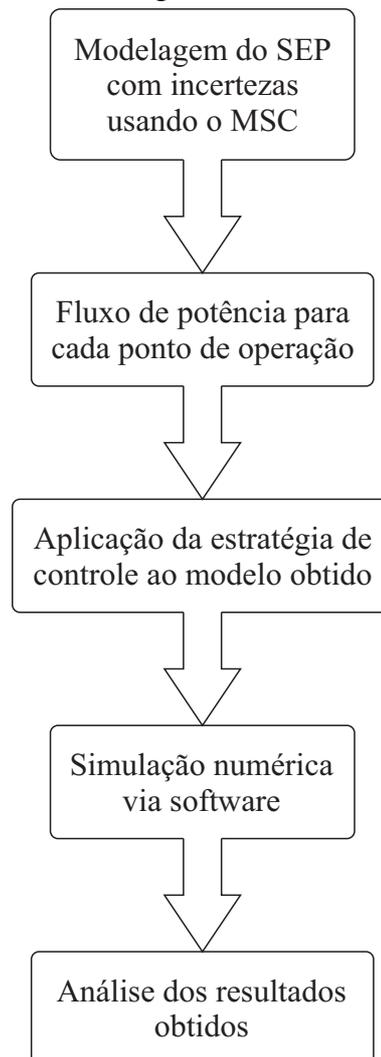
$$\max_{i:=1 \rightarrow n} |\Delta_{m,i}(j\omega)| < \min_{i:=1 \rightarrow n} \left| \frac{1}{T_{cl,i}(j\omega)} \right| \quad (2.55)$$

Dito isto, diz-se que o sistema LTV é estavelmente robusto no domínio da frequência se a Equação (2.55) for satisfeita.

3 METODOLOGIA

A metodologia do presente trabalho consiste em realizar um levantamento bibliográfico com o objetivo de desenvolver a modelagem politópica dos SEPs usando o MSC. Em seguida os modelos, bem como a estratégia de controle, são simulados por meio de algoritmos numéricos em um computador intel-core i5-8250U com frequência de *clock* básica de 1,8 GHz e memória ram de 8 Gb. A Figura 9 mostra o fluxograma que descreve a metodologia do trabalho.

Figura 9 – Fluxograma da metodologia.



Fonte: Autoria própria.

Os dados dos SEPs necessários para simular o fluxo de potência, bem como os dados para a modelagem do MSC podem ser obtidos nos trabalhos de Pádua Júnior (2014) e Fortes *et al.* (2020). Além disso, o fluxo de potência do sistema Stagg é simulado com o auxílio da *toolbox* Matpower considerando o valor de base em p.u. igual a 100 MVA para

posteriormente realizar os cálculos numéricos do MSC.

A modelagem politópica é realizada ao simular os sistemas para diferentes pontos de operação. Portanto, para cada caso simulado existe um novo cálculo de fluxo de potência a fim de manter a coerência dos modelos matemáticos. Todavia, as respostas temporais e no domínio da frequência dos sistemas serão avaliadas para o sistema com seu ponto de operação normal (caso 1) e o sistema com aumento de carga (caso 2).

Na Figura 9, a aplicação da estratégia de controle é realizada com o auxílio da *toolbox* Yalmip com o *solver* SeDuMi para resolver as LMIs das seções 3.1 e 3.2 com o objetivo de obter o ganho de malha fechada dos sistemas citados. Em seguida, a resposta temporal dos sistemas frente as perturbações e variações politópicas são simulados usando do método de Runge-Kutta de quarta ordem para solucionar as equações de estados.

Paralelamente a isto, a análise de robustez dos resultados obtidos são expostos por meio de gráficos com a resposta temporal e da resposta no domínio da frequência, bem como a exposição dos ganhos de realimentação de estados para cada sistema. Por fim, as seções 3.1-3.2 descrevem as abordagens de controle para cada sistema estudado neste trabalho.

3.1 O sistema SMIB

Com o objetivo de garantir a estabilidade do sistema SMIB politópico da Figura 4, suponha que se as LMIs descritas na função objetivo da Equação (3.1) forem factíveis, então existe um controlador $K_{\mathcal{D}LQR} = Y^{-1}Q$ que estabiliza o sistema politópico na região representada pelo disco centrado na origem de raio r , a seção cônica com ângulo θ , o semiplano esquerdo h_1 e o semiplano direito h_2 (CHILALI; GAHINET, 1996).

$$\begin{aligned} & \min_{Q=Q^T, Y} Tr\{Q\} \\ & \text{Sujeito a :} \end{aligned} \tag{3.1}$$

(2.32), (2.42)-(2.45).

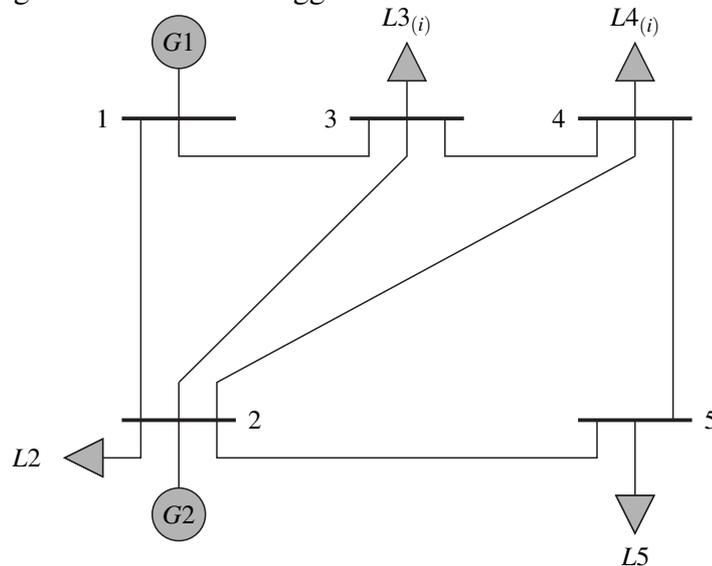
Além da função objetivo da Equação (3.1), a abordagem de controle com o observador de estados é satisfeita com ganho $L_{\mathcal{D}} = \check{Q}^{-1}W$ se as LMIs das Equações (2.48) e (2.49) forem factíveis.

3.2 O sistema Stagg

O diagrama unifilar do sistema composto por dois geradores e quatro cargas proposto por Stagg e El-Abiad (1968) é ilustrado na Figura 10. Além disso, as cargas $L3$ e $L4$ do sistema consideram variações politópicas com $P_{Lk} \in [\underline{P}_{Lk}, \overline{P}_{Lk}]$ para potência ativa e $Q_{Lk} \in [\underline{Q}_{Lk}, \overline{Q}_{Lk}]$ para a potência reativa.

Neste caso, se a função objetivo da Equação (3.2) for factível para $Q = Q^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ e $Y \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, então existirá um ganho de realimentação de estados $K_{\mathcal{D}LQR} = Y^{-1}Q$ que confina os polos do sistema na intersecção entre as regiões de disco de raio r , seção cônica com ângulo θ e o semiplano esquerdo h_1 .

Figura 10 – Sistema Stagg.



Fonte: Adaptado de Stagg e El-Abiad (1968)

$$\min_{Q=Q^T, Y} Tr\{Q\}$$

Sujeito a :

(3.2)

(2.31), (2.42), (2.44) e (2.45).

Além disso, destaca-se que o sistema Stagg não pode ser observado (diferente do sistema SMIB), tendo em vista que o posto da matriz observável de A_i não é igual a ordem da planta do sistema. Este resultado indica que não é possível estimar os estados do sistema Stagg a partir do conhecimento das entradas e saídas do sistema (NISE, 2012).

4 RESULTADOS

Esta seção descreve os resultados obtidos por meio das simulações realizadas para os sistemas SMIB e Stagg, conforme a teoria exposta na seção 2. Nesse contexto, a resposta no domínio do tempo e na frequência foi realizada considerando modelagem politópica e perturbações exógenas ao modelo dos SEPs para comprovar a eficiência da estratégia de controle e sua robustez. Em seguida uma análise por meio de índices de desempenho (IAE, ISE, ITAE e ITSE) foi considerada com o intuito de comparar as abordagens de controle proposta frente a estratégia de controle do trabalho de Fortes *et al.* (2020).

4.1 Sistema SMIB

Para projetar um controlador robusto que seja capaz de garantir a estabilidade do sistema, foi considerado um conjunto de incertezas politópicas de quatro vértices na variação de 0,15 p.u. das cargas ativas e reativas do sistema, onde a faixa de incertezas simuladas foi de $0,95 \leq \Delta P_L \leq 1,1$ p.u. e $0,95 \leq \Delta Q_L \leq 1,1$ p.u., tal variação de foi determinada com o objetivo de manter a integridade do modelo e simular uma situação sobrecarga no sistema.

Dito isto, a região de \mathcal{D} -estabilidade usada para alocar os polos do sistema e determinar o ganho de realimentação de estados corresponde a intersecção do semiplano esquerdo $h_1 = -2$, semi-plano direito $h_2 = -400$ e o disco centrado na origem com raio de 600. Por outro lado, os parâmetros do controlador observador foram o disco centrado em $q_L = 1000$ com raio de $r_L = 980$. Portanto, a matrizes de realimentação de estados das Equações (4.2)–(4.3) é obtida ao simular a estratégia de controle da seção 3.1 e o controlador LQR do trabalho de (FORTES *et al.*, 2020).

$$K_{LQR} = \begin{bmatrix} -47,2103 & -0,2411 & 1,1444 & 0,0002 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$K_{\mathcal{D}LQR} = \begin{bmatrix} -553,1364 & 0,9589 & 7,4731 & -0,0014 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$L\mathcal{D} = \begin{bmatrix} 4,7989 & -376,8363 & 0,1721 & -8,2480 \end{bmatrix}^T \quad (4.3)$$

A Tabela 1 mostra os polos de interesse (modos locais) com baixa frequência em malha aberta e os polos controlados em malha fechada (λ_i), bem como o coeficiente de amortecimento (ξ_i em p.u.) e frequência natural não amortecida (ω_{ni} em Hz) do sistema SMIB.

Tabela 1 – Polos do sistema SMIB

Modos oscilatórios	$\lambda_i = \sigma_i \pm \omega_i$	ξ_i (p.u.)	ω_{ni} (Hz)
Malha aberta (caso 1)	$-0,0077 \pm j7,7496$	0,0010	1,2334
Malha aberta (caso 2)	$0,1154 \pm j8,0359$	-0,0144	1,2791
LQR (caso 1)	$-3,7664 \pm j8,7242$	0,3964	1,5124
LQR (caso 2)	$-2,7724 \pm j8,5853$	0,3073	1,4359
\mathfrak{D} LQR (caso 1)	$-6,8562 \pm j2,5698$	0,9364	1,1653
\mathfrak{D} LQR (caso 2)	$-6,5395 \pm j3,5082$	0,8812	1,1811
\mathfrak{D} LQR _{co} (caso 1)	$-9,3657 \pm j4,4179$	0,9044	1,6481
\mathfrak{D} LQR _{co} (caso 2)	$-9,0383 \pm j5,3348$	0,8612	1,6704

Fonte: Autoria própria.

Nota: Os valores expostos nessa tabela correspondem ao melhor e pior caso simulado.

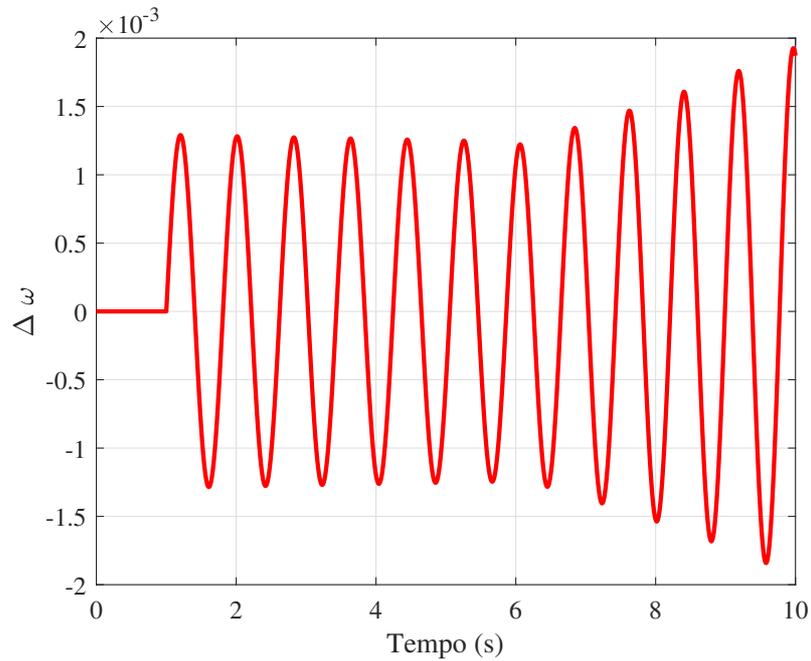
Ao analisar a Tabela 1, verifica-se a presença de dois pares de polos, o primeiro modo local em malha aberta, oriundo do sistema não compensado, o segundo par de polo é proveniente do sistema compensado pelo controle LQR, o terceiro e quarto par de polo é referente aos controladores \mathfrak{D} LQR e \mathfrak{D} LQR_{co}, respectivamente. Além disso, é possível comparar a posição dos polos e o amortecimento em todos os casos simulados nesta pesquisa com o objetivo de verificar quantitativamente que os controladores via LMIs inseriram mais amortecimento aos modos locais do sistema.

Nesse contexto, a Figura 11 descreve o comportamento da velocidade angular do sistema SMIB com a mudança na potência ativa (P_L) e reativa (Q_L) de 0.15 p.u. na barra terminal do gerador em 6,0 s com o objetivo de atestar a eficiência do controladores projetados, nos quais foram simuladas perturbações do tipo exógena sobre Δu em aproximadamente 0.1 s, na forma de uma elevação de 10% da potencia mecânica de entrada sobre o eixo do gerador (ΔP_m), similar a um pequeno ajuste na geração.

Na Figura 11, o sistema continua estável ao sofrer a perturbação exógena, todavia ele possui oscilações e baixo amortecimento, e no momento em que a potência ativa e reativa da carga sofre um aumento de 0.15 p.u. as oscilações do sistema se tornam crescentes (6,0 s) e o sistema passa a ser instável.

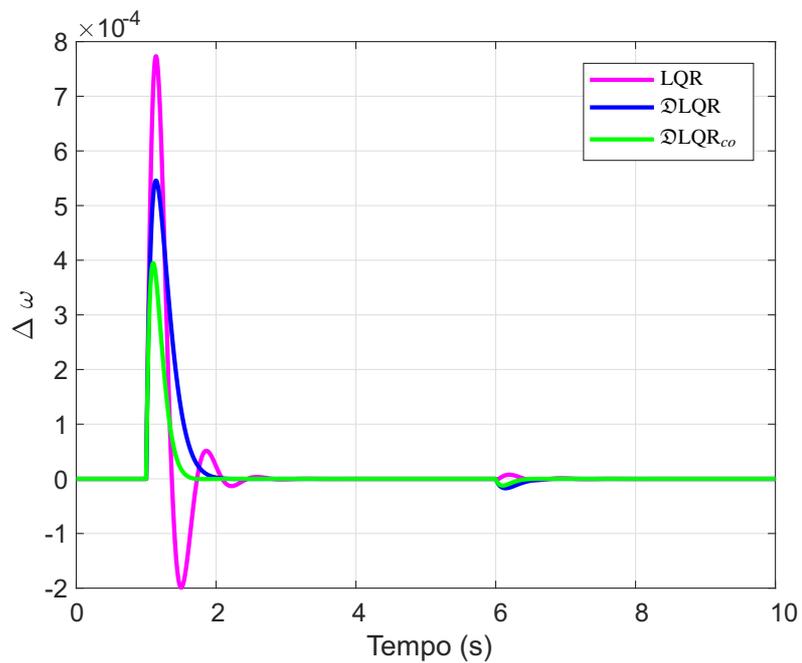
A Figura 12 descreve a variação da velocidade angular do eixo do gerador em malha fechada dos controladores LQR, \mathfrak{D} LQR e \mathfrak{D} LQR_{co}, na qual é possível verificar a ação dos controladores frente a perturbação exógena e a mudança de carga no sistema.

Figura 11 – Resposta temporal em malha aberta do sistema SMIB.



Fonte: Autoria própria.

Figura 12 – Resposta temporal do sistema SMIB.



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 12, o controlador $\mathfrak{D}LQR_{co}$ obteve uma resposta temporal mais rápida e com menor sobressinal se comparado com o LQR e o $\mathfrak{D}LQR$. Tal resultado pode ser corroborado pelos índices de desempenho (IAE, ISE, ITAE e ITSE) da Tabela 2, em que o menor valor para cada índice de desempenho corresponde a uma resposta no tempo mais eficiente (SHINNERS, 1998).

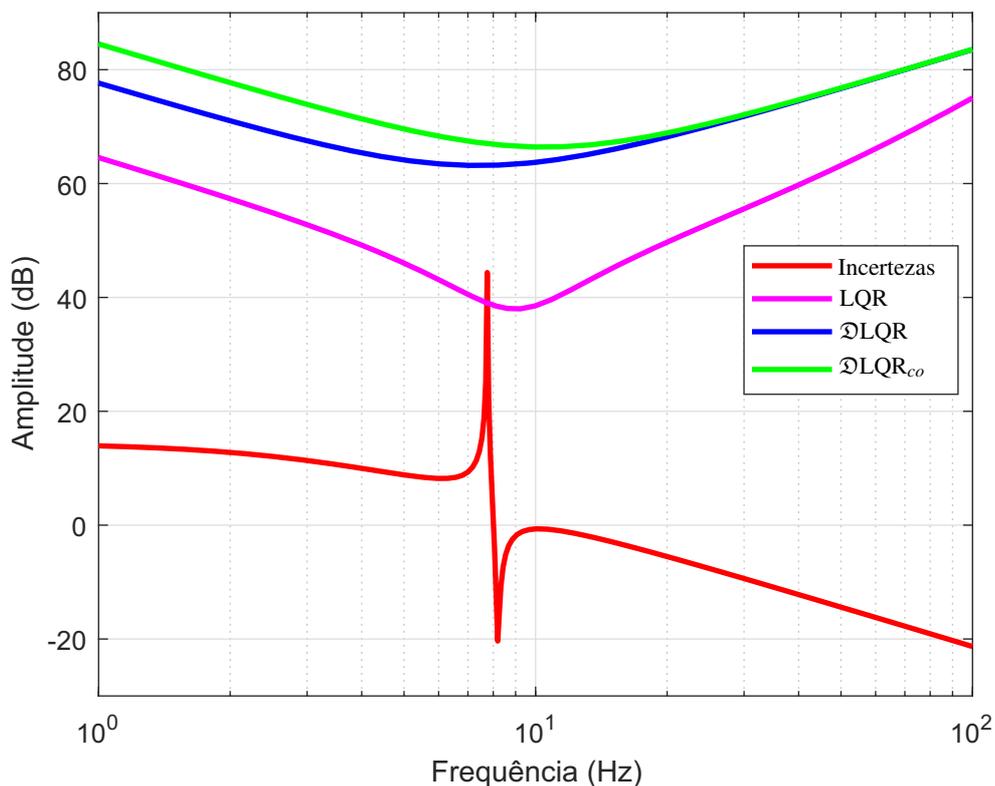
Tabela 2 – Índices de desempenho do sistema SMIB.

Índices	LQR	\mathfrak{D} LQR	\mathfrak{D} LQR _{co}	Melhor Desempenho
IAE	$2,3245 \times 10^{-4}$	$1,9992 \times 10^{-4}$	$1,0020 \times 10^{-4}$	\mathfrak{D} LQR _{co}
ISE	$1,0931 \times 10^{-7}$	$0,7363 \times 10^{-7}$	$0,2696 \times 10^{-7}$	\mathfrak{D} LQR _{co}
ITAE	$3,1327 \times 10^{-4}$	$2,8053 \times 10^{-4}$	$1,3265 \times 10^{-4}$	\mathfrak{D} LQR _{co}
ITSE	$1,2912 \times 10^{-7}$	$0,8885 \times 10^{-7}$	$0,3091 \times 10^{-7}$	\mathfrak{D} LQR _{co}

Fonte: Autoria própria.

Além da resposta temporal do sistema, uma avaliação da resposta no domínio da frequência é realizada na Figura 13 considerando a velocidade angular do rotor da máquina síncrona em malha fechada para os controladores LQR, \mathfrak{D} LQR e \mathfrak{D} LQR_{co}, bem como a curva de incertezas multiplicativas da planta.

Figura 13 – Resposta no domínio da frequência do sistema SMIB.



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 13, é possível constatar que os controladores \mathfrak{D} LQR e \mathfrak{D} LQR_{co} são robustos em todos os pontos de variação de carga estudados no presente trabalho, todavia o mesmo não é verdadeiro para o caso do controlador ótimo LQR, no qual verifica-se que a sua curva do modelo de malha fechada toca a curva de incertezas multiplicativas da planta. Isto significa que em algum ponto de variação da carga o controlador LQR não conseguirá manter o sistema

estável.

Portanto, é possível aferir através das Figuras 12 e 13 que o desempenho das estratégias de controle abordada é eficiente em estabilizar o sistema SMIB e amortecer os modos oscilatórios locais, mesmo diante de perturbação exógena e da mudança no fluxo de potência do sistema.

4.2 Sistema Stagg

Semelhantemente ao SMIB, o projeto do controlador robusto para o Stagg capaz de garantir a estabilidade do sistema considera um conjunto de incertezas politópicas com variação de até 0,2 p.u. para as cargas ativas e reativas do sistema, onde a faixa de incertezas simuladas para a carga $L3$ foi de $0,45 \leq \Delta P_{L3} \leq 0,65$ p.u. e $0,15 \leq \Delta Q_{L3} \leq 0,35$ p.u., para a carga $L4$ $0,4 \leq \Delta P_{L4} \leq 0,5$ p.u. e $0,05 \leq \Delta Q_{L4} \leq 0,15$ p.u., simulando um eventual aumento na demanda do sistema.

Nesse contexto, a região de \mathfrak{D} -estabilidade usada para alocar os polos do sistema e determinar o ganho de realimentação de estados corresponde a intersecção entre o semiplano esquerdo $h_1 = -10$, a seção cônica com ângulo $\theta \simeq 35^\circ$, e o disco centrado na origem com raio de $r = 750$. Portanto, de forma semelhante ao SMIB, a matriz de realimentação de estados da Equação (4.5) é obtida ao simular a estratégia de controle da seção 3.2, e a matriz de realimentação de estados da Equação (4.4) é obtida ao adaptar a estratégia de controle do trabalho de (FORTES *et al.*, 2020) para o sistema multimáquinas.

$$K_{LQR} = \begin{bmatrix} 663,4195 & 3,9341 & 10,0361 & -199,6739 & -41,8399 & -6,8052 & -0,0561 \\ -40,9847 & -0,7128 & -0,0561 & 35,1991 & 11,8549 & -0,0414 & 9,9799 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$K_{\mathfrak{D}LQR} = \begin{bmatrix} 1,6353 & 0,0273 & 0,0084 & -0,0087 & -0,0749 & -0,0009 & -0,0001 \\ 0,1416 & 0,1726 & -0,1081 & -0,9742 & 0,5350 & -0,0016 & -0,0053 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

A Tabela 3 mostra os polos em malha aberta e fechada, coeficiente de amortecimento e frequência natural não amortecida do sistema Stagg. Nesta, é possível verificar que o sistema Stagg é estável (diferente do sistema SMIB), com todos os seus autovalores no semiplano esquerdo, todavia o amortecimento do modo local é baixo. Além disso, ao analisar os polos controlados, nota-se que ambas as estratégias de controle conseguiram inserir amortecimento ao modo local do sistema.

Tabela 3 – Polos do sistema Sagg

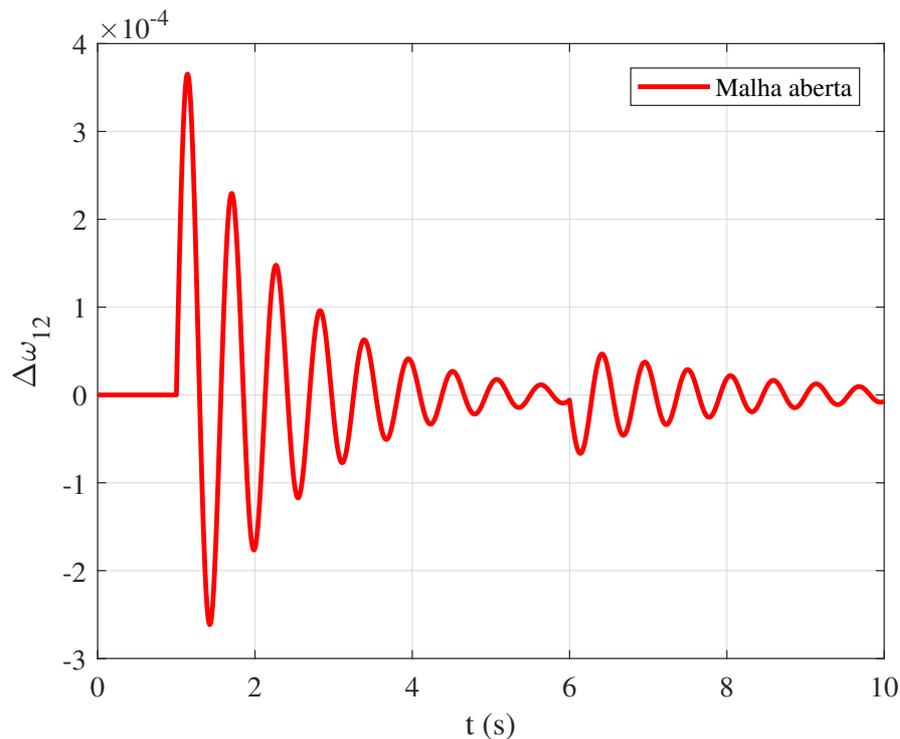
Modos oscilatórios	$\lambda_i = \sigma_i \pm \omega_i$	ξ_i (p.u.)	ω_{ni} (Hz)
Malha aberta (caso 1)	$-0,7527 \pm j11,1915$	0,0671	1,7852
Malha aberta (caso 2)	$-0,5098 \pm j11,5335$	0,0442	1,8374
LQR (caso 1)	$-4,3284 \pm j7,9993$	0,4759	1,4476
LQR (caso 2)	$-5,1634 \pm j8,4299$	0,5223	1,5733
\mathcal{D} LQR (caso 1)	$-10,7262 \pm j4,5581$	0,9203	1,8549
\mathcal{D} LQR (caso 2)	$-11,8819 \pm j3,4641$	0,9600	1,9698

Fonte: Autoria própria.

Nota: Os valores expostos nessa tabela correspondem ao melhor e pior caso simulado.

Conforme Anderson *et al.* (2003), para obter a resposta temporal de um sistema multimáquinas, é necessário escolher um gerador síncrono como referência para os outros geradores do sistema. No caso do Stagg, as curvas de resposta no tempo da Figura 14 foram obtidas considerando o gerador 1 relativo ao gerador 2.

Figura 14 – Resposta temporal em malha aberta do sistema Stagg.

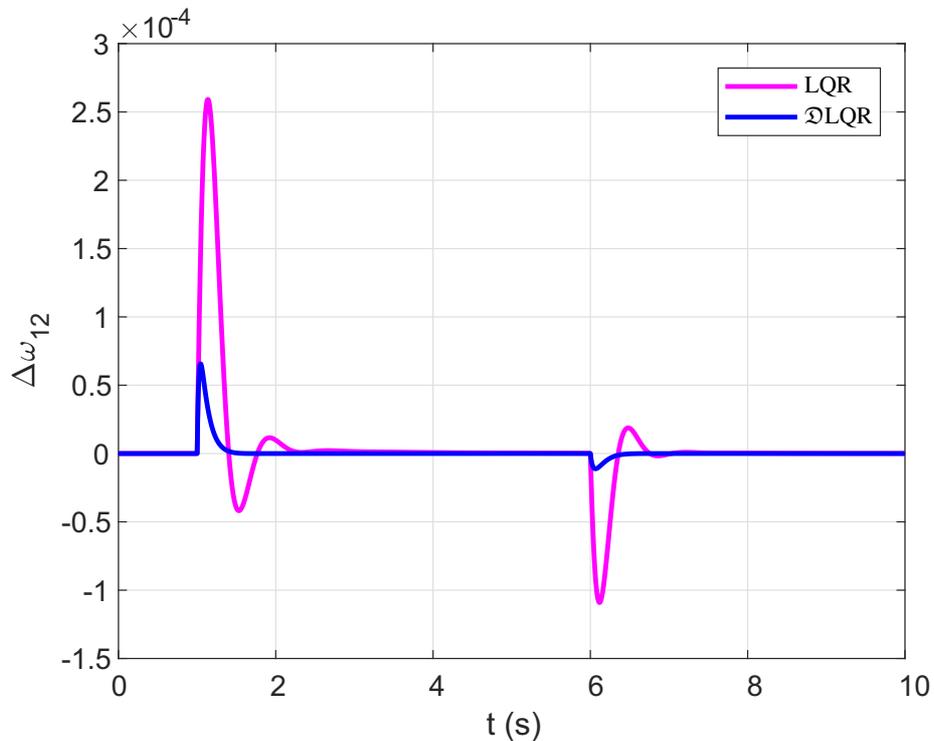


Fonte: Autoria própria.

A Figura 14 descreve a resposta do sistema ao inserir uma perturbação exógena (em 1,0 s) de 5% na potência mecânica do gerador 1. No segundo momento (em 6,0 s), foi realizada uma variação na potência demandada, como já mencionado. Além disso, por mais que o sistema Stagg seja estável, as oscilações com baixo amortecimento podem prejudicar o bom funcionamento do sistema.

A Figura 15 descreve o desempenho dos controladores LQR (representado pela cor magenta) e \mathfrak{D} LQR (representado pela cor azul) em amortizar as oscilações causadas pela perturbação e a mudança no ponto de operação do sistema estudado.

Figura 15 – Resposta temporal em malha fechada do sistema Stagg.



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 15, destaca-se o desempenho do controlador \mathfrak{D} LQR, no qual obteve uma resposta em malha fechada mais rápida e com menor sobressinal que a resposta compensada pelo controlador LQR. Tal desempenho pode ser comprovado quantitativamente ao analisar a Tabela 4.

Tabela 4 – Índices de desempenho do sistema Stagg.

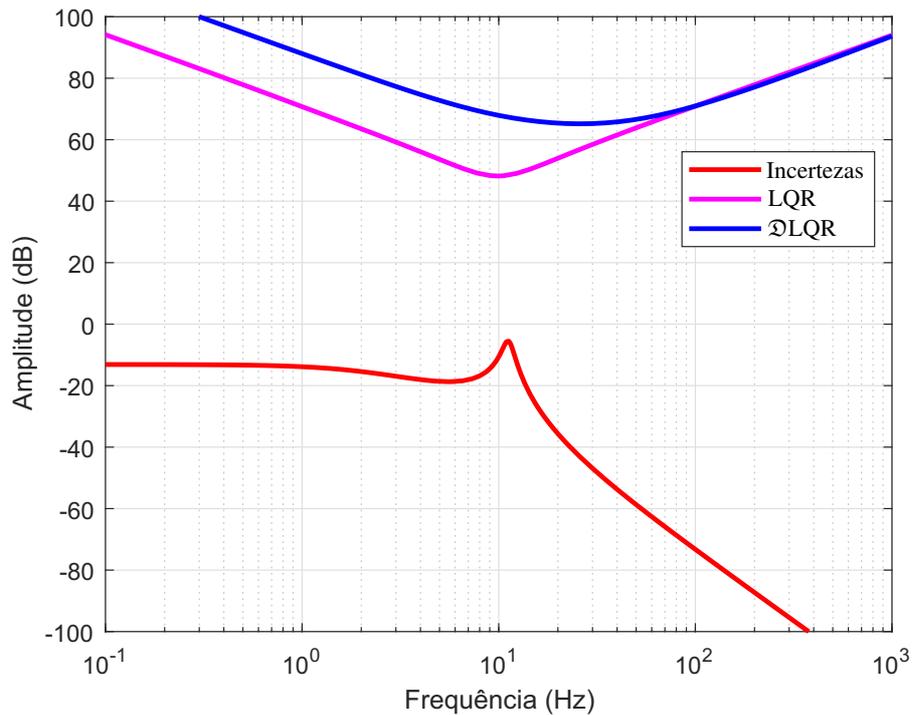
Índices	LQR	\mathfrak{D} LQR	Melhor Desempenho
IAE	$1,0501 \times 10^{-4}$	$1,2047 \times 10^{-5}$	\mathfrak{D} LQR
ISE	$1,4476 \times 10^{-8}$	$4,3036 \times 10^{-10}$	\mathfrak{D} LQR
ITAE	$2,7902 \times 10^{-4}$	$2,4685 \times 10^{-5}$	\mathfrak{D} LQR
ITSE	$2,6667 \times 10^{-8}$	$5,4957 \times 10^{-10}$	\mathfrak{D} LQR

Fonte: Autoria própria.

Na Tabela 4, é possível verificar que o desempenho do controlador \mathfrak{D} LQR foi superior ao controlador LQR em todos os índices, dado que os valores dos índices de desempenho foram menores que os índices do LQR.

Por fim, a Figura 16 descreve o comportamento das abordagens de controle no domínio da frequência. O controlador LQR é representado pela curva na cor magenta, o controlador \mathcal{DLQR} pela curva em azul, e o modelo de incertezas multiplicativas é representado pela curva em vermelho.

Figura 16 – Resposta no domínio da frequência do sistema Stagg.



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 16, nota-se que os controladores LQR e \mathcal{DLQR} possuem comportamento robusto na frequência, visto que nenhuma de suas curvas tocam a curva de incertezas multiplicativas do sistema Stagg. Diferentemente do caso estudado no sistema SMIB, o controlador LQR possui comportamento robusto em todos os pontos de variação de carga estudados no sistema Stagg.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou a aplicação de uma técnica de realimentação de estados ótima LQR, projetado via LMIs e \mathcal{D} -alocação de polos juntamente com o observador de estados. O objetivo foi garantir a estabilidade robusta de dois SEPs, o primeiro constituído por um gerador síncrono ligado a um barramento infinito, e o segundo constituído por dois geradores e cinco barramentos.

Ao analisar os resultados obtidos (ver seção 4), verifica-se que o controlador observador possui a melhor resposta temporal em malha fechada e a melhor resposta no domínio da frequência que os demais controladores abordados neste trabalho para o sistema SMIB. Isso é comprovado por meio da Tabela 1 e 2, em que o controlador observador possuiu, no geral, os melhores valores de amortecimento e os menores valores de índices de desempenho. Além disso, o controlador observador facilita a implementação do sistema visto que não necessita de tantos sensores quanto os demais controladores por realimentação de estados.

Por outro lado, o controlador observador não conseguiu estabilizar o sistema Stagg visto que sua planta é não observável, como mostrado na seção 4.2. Todavia, o controlador \mathcal{D} LQR obteve o melhor desempenho se comparado com o LQR ótimo, como mostrado nas tabelas 3 e 4. Além disso, as Figuras 14 e 16 comprovam que o controle \mathcal{D} LQR é eficiente para inserir amortecimento nos modos locais do sistema e robusto para os piores casos simulados, visto que as curvas de resposta em malha fechada dos sistemas não cruzam as curvas de incertezas multiplicativas da planta estudada.

Destaca-se ainda que todas as abordagens de controle com o RAT utilizadas nesse trabalho não foram capazes de estabilizar e inserir amortecimento em sistemas com modos inter-ráreas. Para solucionar este problema, o presente trabalho sugere a utilização de equipamentos FACTS juntamente com as abordagens de controle robusto aplicado a POD com o objetivo de ampliar o escopo dos controladores desta pesquisa para sistemas maiores e mais complexos.

Do exposto nesta qualificação, conclui-se que é possível credenciar o Controlador \mathcal{D} LQR como poderosa ferramenta na análise e estudo da Estabilidade a Pequenas Perturbações nos Sistemas Elétricos de Potência.

REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L.; BRUCIAPAGLIA, A.; MIYAGI P.E E PIQUEIRA, J. **Enciclopédia de automática: controle e automação**. [S.l.]: Blucher, 2007. ISBN 9788521207719.
- ANDERSON, P.; FOUAD, A.; ELECTRICAL, I. of; ENGINEERS, E.; SOCIETY, I. P. E. **Power System Control and Stability**. [S.l.]: Wiley, 2003. (IEEE Press power engineering series Power system control and stability). ISBN 9780471238621.
- BOYD, S. **Linear matrix inequalities in system and control theory**. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994. ISBN 0-89871-334-X.
- CHILALI, M.; GAHINET, P. H_{∞} design with pole placement constraints: an LMI approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 41, n. 3, p. 358–367, mar. 1996.
- COSTA, M. V. S. **Controladores Robustos D-LQI e D-Alocação de polos Otimizados via LMI Aplicados a um Conversor Boost Alto Ganho com Célula de Comutação Três Estados**. 100 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará - UFC, Fortaleza, 2012.
- COSTA, M. V. S. **Controle MPC robusto aplicado ao conversor Boost CCTE otimizado por inequações matriciais lineares**. 178 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Ceará - UFC, 2017.
- DECKMANN, S.; COSTA, V. da. A power sensitivity model for electromechanical oscillation studies. **IEEE Transactions on Power Systems**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 9, n. 2, p. 965–971, maio 1994.
- DEMELLO, F.; CONCORDIA, C. Concepts of synchronous machine stability as affected by excitation control. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), PAS-88, n. 4, p. 316–329, abr. 1969.
- FORTES, E. **Aplicação do Algoritmo Genético de Chu-Beasley Especializado no Ajuste dos Parâmetros dos controladores Suplementares e dispositivo FACTS IPFC**. 220 p. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Câmpus de Ilha Solteira, 2016.
- FORTES, E. V.; ARAUJO, P. B.; MACEDO, L. H. Coordinated tuning of the parameters of PI, PSS and POD controllers using a specialized Chu-Beasley's genetic algorithm. **Electric Power Systems Research**, Elsevier BV, v. 140, p. 708–721, nov. 2016.
- FORTES, E. V.; ARAUJO, P. B.; MACEDO, L. H.; GAMINO, B. R.; MARTINS, L. F. B. Analysis of the influence of PSS and IPFC-POD controllers in small-signal stability using a simulated annealing algorithm. In: **2016 12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**. [S.l.]: IEEE, 2016. p. 1–8.
- FORTES, E. V.; MACEDO, L. H.; ARAUJO, P. B.; ROMERO, R. A VNS algorithm for the design of supplementary damping controllers for small-signal stability analysis. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 94, p. 41–56, Jan 2018.

- FORTES, E. V.; MACEDO, L. H.; COSTA, M. V. S.; ARAUJO, P. B. Linear quadratic regulator applied to low-frequency oscillation damping using the current sensitivity model. In: **VIII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE)**. Santo André - SP: [s.n.], 2020. p. 1–6.
- FORTES, E. V.; MACEDO, L. H.; MARTINS, L. F. B.; MIOTTO, E. L. A fireworks metaheuristic for the design of PSS and TCSC-POD controllers for small-signal stability studies. In: **15th Latin American Congress on Generation, Transmission and Distribution (CLAGTEE)**. Mar del Plata - AG: [s.n.], 2017. p. 1–6.
- GAMINO, B. R.; ARAUJO, P. B.; FORTES, E. V.; MARTINS, L. F. B.; MIOTTO, E. L. Coordinated tuning of PSS and TCSC-POD controller using an elite genetic algorithm. In: **12th International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**. Curitiba - PR: IEEE, 2016. p. 1–8.
- GHOURAF, D. E.; NACERI, A. Robust h2-PSS design based on LQG control optimized by genetic algorithms. **Automatic Control and Computer Sciences**, Allerton Press, v. 51, n. 5, p. 301–310, set. 2017.
- HEFFRON, W. G.; PHILLIPS, R. A. Effect of a modern amplidyne voltage regulator on underexcited operation of large turbine generators [includes discussion]. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 71, n. 3, p. 692–697, ago. 1952.
- Kothare, M. V.; Balakrishnan, V.; Morai, M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. In: **American Control Conference (ACC)**. Baltimore - MD: IEEE, 1994. v. 1, p. 440–444.
- KUNDUR, P. **Power system stability and control**. New York: McGraw-Hill, 1994. ISBN 0-07-035958-X.
- MENEZES, M. M.; ARAUJO, P.; FORTES, E. V. Bacterial foraging optimization algorithm used to adjust the parameters of power system stabilizers and thyristor controlled series capacitor-power oscillation damping controller. In: **11th International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**. Juíz de Fora - MG: IEEE, 2014. p. 1–6.
- MIOTTO, E. L. **Aplicação do Algoritmo Bioinspirado Novel Bat Algorithm na Parametrização dos Controladores Suplementares de Amortecimento e Dispositivos FACTS GUPFC**. 178 p. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2018.
- MIOTTO, E. L.; ARAUJO, P. B.; GAMINO, B. R.; FORTES, E. V.; MARTINS, L. F. B. Coordinated tuning of the parameters of supplementary controllers damping using bio-inspired algorithms. In: **12th International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**. Curitiba - PR: IEEE, 2016. p. 1–8.
- NISE, N. **Engenharia de sistemas de controle**. São Paulo: Grupo Gen - LTC, 2012. ISBN 978-85-216-2136-2.
- OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. [S.l.]: PRENTICE HALL BRASIL, 2011. ISBN 9788576058106.

PÁDUA JÚNIOR, C. R. **Modelos Lineares de Sistemas Elétricos de Potência: um estudo comparativo**. 113 p. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2014.

PUPIN, C. E. **Estabilidade de Sistemas de Potência com dispositivos FACTS SSSC e STATCOM Adaptados ao Fluxo de Potência, com Controladores ESP e POD Ajustados Pela Técnica Particle Swarm Optimization**. 142 p. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2018.

SHINNERS, S. **Modern Control System Theory and Design**. [S.l.]: Wiley, 1998. (A Wiley interscience publication). ISBN 9780471249061.

SKOGESTAD, S. **Multivariable Feedback Control: Analysis and Design**. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2005. ISBN 9780470011683.

STAGG, G.; EL-ABIAD, A. **Computer Methods in Power System Analysis**. [S.l.]: McGraw-Hill, 1968. (McGraw-Hill series in electronic systems).

Takahashi, A. L. M.; Fortes, E. d. V.; Araujo, P. B. d.; Miotto, E. L.; Martins, L. F. B. A current sensitivity model for power system stability studies. In: **2018 13th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 955–962.

YATHISHA, L.; PATILKULKARNI, S. LQR and LQG based optimal switching techniques for PSS and UPFC in power systems. **Control Theory and Technology**, Springer Science and Business Media LLC, v. 16, n. 1, p. 25–37, jan. 2018.