



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SISTEMAS DE  
COMUNICAÇÃO E AUTOMAÇÃO**

**CARLOS ALBERTO TEIXEIRA JUNIOR**

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS CONTROLADORES  
FUZZY PD+I E PID CONVENCIONAL**

**MOSSORÓ**

**2014**

**CARLOS ALBERTO TEIXEIRA JUNIOR**

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS CONTROLADORES  
FUZZY PD+I E PID CONVENCIONAL**

Dissertação de mestrado acadêmico apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sistemas de Comunicação e Automação, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Sistemas de Comunicação e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Elmer Rolando Llanos Villarreal –  
UFERSA

**MOSSORÓ**

**2014**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**Biblioteca Central Orlando Teixeira (BCOT)**  
**Setor de Informação e Referência**

T266a Teixeira Junior, Carlos Alberto

Análise comparativa entre os controladores fuzzy PD+I e PID convencional/Carlos Alberto Teixeira Junior -- Mossoró, 2014.  
99f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Elmer Rolando Llanos Villarreal

Dissertação (Mestrado em Sistemas de Comunicação e Automação) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação.

1. Lógica fuzzy. 2. Controle fuzzy PD+I. 3. Controle PID. 4. Sistemas de controle. I. Título.

RN/UFERSA/BCOT/865-14

CDD: 511.322

Bibliotecária: Vanessa Christiane Alves de Souza Borba  
CRB-15/452

**CARLOS ALBERTO TEIXEIRA JUNIOR**

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS CONTROLADORES  
FUZZY PD+I E PID CONVENCIONAL**

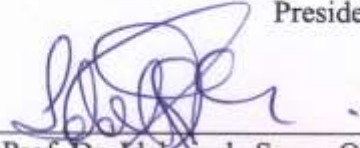
Dissertação de mestrado acadêmico apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sistemas de Comunicação e Automação, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Sistemas de Comunicação e Automação.

APROVADA EM: 18/07/2014.

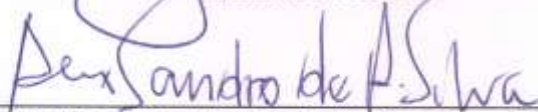
**BANCA EXAMINADORA**



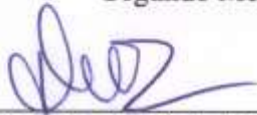
Prof. Dr. Elmer Rolando Llanos Villarreal – UFERSA  
Presidente



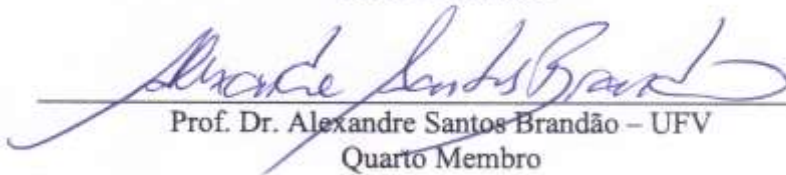
Prof. Dr. Idalmir de Souza Queiroz Júnior – UFERSA  
Primeiro Membro



Prof. Dr. Alex Sandro de Araújo Silva – UFERSA  
Segundo Membro



Prof. Dr. José Alfredo Ruiz Vargas – UNB  
Terceiro Membro



Prof. Dr. Alexandre Santos Brandão – UFV  
Quarto Membro

## DEDICATÓRIA

Ao meu filho Arthur e à  
minha esposa Tacia.

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, por todas vitórias e por estar sempre ao meu lado.

À minha família e aos meus amigos pela compreensão e apoio ao longo desta jornada.

Ao meu orientador, Professor Dr. Elmer Rolando Llanos Villarreal, pela disponibilidade, paciência e apoio dedicados durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Professor Dr. Idalmir de Souza Queiroz Júnior pelo exemplo como professor e pelo apoio dedicado aos mestrandos.

Aos Professores Dra. Danielle Simone da Silva Casillo, Dr. Oscar Gabriel Filho e Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia pelos ensinamentos, contribuições e apoio dedicados.

## **EPÍGRAFE**

“Dos melhores professores,  
quando eles se vão, seus alunos  
dirão: fizemos tudo sozinhos.”  
(Dorf e Bishop, 2001)

## RESUMO

Diante dos recentes avanços tecnológicos na área de engenharia de controle, muitas pesquisas foram realizadas no sentido de desenvolver controladores cada vez mais precisos e eficientes. De acordo com a teoria de controle clássica, o principal método utilizado atualmente no controle de processos é o controlador Proporcional Integrativo Derivativo (PID). Outras tecnologias também foram desenvolvidas para alcançar resultados semelhantes, sob outro ponto de vista teórico. Uma ferramenta específica que permite a sua aplicação em controle de processos é a Lógica Fuzzy. Além de permitir a modelagem em conformidade com o controlador PID, a Lógica Fuzzy também proporciona a sua utilização em sistemas não lineares ou em casos que não admitem modelagem matemática. Diante dos resultados obtidos em estudos acadêmicos que apontaram melhorias em sistemas de controle, quando da unificação da teoria de controle clássica com a Lógica Fuzzy, verificou-se a necessidade de avaliar tais efeitos. Com este objetivo, é proposta a modelagem matemática de uma planta, controlada pelo nível de um tanque, de forma a permitir a simulação e análise sob o ponto de vista da aplicação de dois controladores diferentes: O Fuzzy PD+I e o PID convencional. Os resultados obtidos neste trabalho demonstraram que o controlador Fuzzy PD+I apresentou desempenho satisfatório durante a tarefa de regulação da planta a partir de sinais de entrada padrão.

Palavras-Chave: Sistemas de Controle. Controle PID. Controle Fuzzy PD+I.



## **ABSTRACT**

Given the recent technological advances in the area of control engineering, advances many studies were performed to develop more precise and efficient controllers. According to the classical control theory, the main method currently used in process control is the Proportional Integrative Derivative controller (PID). Other technologies have also been developed to achieve similar results under other theoretical point of view. A specific tool that allows its application in process control is fuzzy logic. Besides allowing modeling in accordance with the PID controller, fuzzy logic also provides their use in nonlinear systems or in cases who do not admit mathematical modeling. Results obtained in academic studies that showed improvements in control systems, when the unification of classical control theory with fuzzy logic, there is a need to assess such effects. For this purpose, it is proposed mathematical modeling of a plant controlled by the level of a tank, in order to allow simulation and analysis from the point of view of the application of two different controllers: Fuzzy PD+I and the conventional PID. The results of this study demonstrated that the Fuzzy PD+I controller presented a satisfactory performance during the task of regulating the plant from standard input signals.

**Keywords:** Control systems. PID Control. Fuzzy PD+I Control.

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros da planta de teste.....	76
Tabela 2 – Ganhos para sintonia do controlador PID.....	78
Tabela 3 – Ganhos para sintonia do controlador Fuzzy PD+I.....	79
Tabela 4 – Limites de variação das funções de pertinência de entrada $e(t)$ e $de(t)/dt$ .....	80
Tabela 5 – Limites de variação das funções de pertinência da saída $u(t)$ .....	81
Tabela 6 – Resultados da simulação com o degrau unitário.....	85
Tabela 7 – Erro da simulação com a rampa unitária .....	87
Tabela 8 – Erro da simulação com a entrada senoidal .....	89

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura básica do motor de CC .....	24
Figura 2 – Diagrama elétrico (a) e esboço (b) de um motor de CC .....	25
Figura 3 – Controle de nível de líquido em tanque atmosférico .....	32
Figura 4 – Sistema de controle a malha aberta.....	37
Figura 5 – Sistema de controle a malha fechada .....	38
Figura 6 – Controle manual de um processo .....	38
Figura 7 – Diagramas de blocos dos controladores liga-desliga (a) e liga-desliga com intervalo diferencial (b) .....	40
Figura 8 – Diagrama de blocos do controlador proporcional.....	41
Figura 9 – Diagrama de blocos do controlador integral .....	42
Figura 10 – Diagrama de blocos do controlador derivativo .....	42
Figura 11 – Diagrama de blocos do controlador proporcional integrativo derivativo .....	44
Figura 12 – Aproximação da função impulso unitário no domínio do tempo.....	45
Figura 13 – Função degrau unitário no domínio do tempo .....	46
Figura 14 – Função rampa unitária no domínio do tempo .....	47
Figura 15 – Função parabólica no domínio do tempo .....	47
Figura 16 – Função senoidal no domínio do tempo .....	48
Figura 17 – Curva típica de resposta ao degrau unitário .....	49
Figura 18 – Diagrama de blocos do sistema de malha fechada com entrada de perturbação ....	51
Figura 19 – Estrutura típica de um sistema de controle Fuzzy.....	52
Figura 20 – Variável linguística Temperatura variando de 0 a 45°C .....	54
Figura 21 – Função de pertinência triangular.....	55
Figura 22 – Função de pertinência trapezoidal.....	56
Figura 23 – Função de pertinência gaussiana.....	57
Figura 24 – Função de pertinência em forma de sino.....	57
Figura 25 – Interpretação gráfica do relacionamento Fuzzy bidimensional .....	59
Figura 26 – Saída defuzzificada pelo método do centro de gravidade.....	67
Figura 27 – Saída defuzzificada pelo método do primeiro máximo.....	68
Figura 28 – Saída defuzzificada pelo método da média dos máximos.....	68
Figura 29 – Variante A do controlador Fuzzy PID .....	70
Figura 30 – Variante B do controlador Fuzzy PID.....	71
Figura 31 – Variante C do controlador Fuzzy PID.....	71

Figura 32 – Sistema de controle de nível .....	74
Figura 33 – Diagrama de blocos da planta de testes .....	75
Figura 34 – Diagrama de blocos equivalente da planta de testes .....	76
Figura 35 – Controlador Fuzzy PD+I.....	77
Figura 36 – Controlador Fuzzy <i>Mandani</i> de duas entradas e uma saída.....	79
Figura 37 – Funções de pertinência das entradas $e(t)$ e $de(t)/dt$ .....	80
Figura 38 – Funções de pertinência da saída $u(t)$ .....	81
Figura 39 – Superfície de controle do controlador Fuzzy PD .....	82
Figura 40 – Amostra da ativação de regras do controlador Fuzzy PD .....	82
Figura 41 – Modelo do sistema de simulação .....	84
Figura 42 – Resposta do sistema ao degrau unitário .....	85
Figura 43 – Saídas correspondentes ao degrau unitário .....	86
Figura 44 – Resposta do sistema à rampa unitária .....	87
Figura 45 – Saídas correspondentes à rampa unitária .....	88
Figura 46 – Resposta do sistema à entrada senoidal .....	89
Figura 47 – Saídas correspondentes ao sinal senoidal.....	90

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BIBO	<i>Bounded Input / Bounded Output</i>
CC	Corrente Contínua
GCE	Ganho Derivativo Fuzzy
GE	Ganho Proporcional Fuzzy
GIE	Ganho Integrativo Fuzzy
GU	Ganho Absoluto Fuzzy
LT	<i>Level Transmitter</i>
MATLAB <sup>®</sup>	MATrix LABoratory
P	Proporcional
PD	Proporcional Derivativo
PD+I	Proporcional Derivativo Integrativo Fuzzy
PI	Proporcional Integrativo
PID	Proporcional Integrativo Derivativo
PPGSCA	Programa de Pós-Graduação em Sistemas de Comunicação e Automação
SISO	<i>Single Input / Single Output</i>
TSK	Takagi-Sugeno-Kang
UFERSA	Universidade Federal Rural do Semiárido

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\cdot$	Operador matemático de multiplicação	[-]
$\vee$	Operador lógico “Ou”	[-]
$\wedge$	Operador lógico “E”	[-]
$\theta$	Ângulo do eixo do motor	[rad]
$\phi$	Fluxo magnético	[Wb]
$\omega$	Velocidade angular	[rad/s]
$\omega_B$	Velocidade angular do rotor da máquina elétrica	[rad/s]
$\Delta e$	Primeira derivada do erro	[-]
$\Delta e_F$	Primeira derivada do erro Fuzzy	[-]
$\Delta^2 e$	Segunda derivada do erro	[-]
$\Delta^2 e_F$	Segunda derivada do erro Fuzzy	[-]
$\Delta F$	Varição de força no eixo do motor	[N]
$\Delta u$	Primeira derivada da saída de controle Fuzzy	[-]
$\rho$	Densidade do fluido	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\Omega(s)$	Ângulo do eixo do motor no domínio da frequência	[rad]
$\theta(t)$	Ângulo do eixo do motor no domínio do tempo	[rad]
$\delta(t)$	Delta de Dirac	[-]
$\delta$	Critério para definição da região de estabilidade	[%]
$\wp$	Operador	[-]
$\mu_F(x)$	Função de pertinência	[-]
$\mu_{R_{ij}}(x, y)$	Função de pertinência bidimensional	[-]
$\mu_S(x)$	Função característica	[-]
$\mu_{T_i}(x)$	Grau de pertinência	[-]
$ A $	Conjunto nebuloso	[-]
$A$	Área da base do tanque	[m <sup>2</sup> ]
$A_i$	Argumento Fuzzy	[-]
$A_{ik}$	Conjunto de valores Fuzzy	[-]
$B$	Coefficiente de amortecimento	[N-m/rad/s]
$B_i$	Conjunto de valores Fuzzy	[-]
$C'$	Capacitância do sistema reservatório	[m <sup>3</sup> /m]
$\vec{C}$	Curva envoltória Fuzzy	[-]
$C_i$	Funções matemáticas	[-]
$C_i^{-1}$	Funções matemáticas inversas	[-]

$C_V$	Coeficiente de vazão da válvula de descarga	[-]
$e(t)$	Erro na medição de nível no domínio do tempo	[m]
$E(s)$	Erro na medição de nível no domínio da frequência	[m]
$e$	Erro	[-]
$e_F$	Erro Fuzzy	[-]
$e_{ss}$	Erro na medição de nível em regime permanente	[m]
$f$	Frequência de oscilação	[Hz]
$F$	Conjunto Fuzzy real	[-]
$f_i$	Função matemática	[-]
$F_j$	Valor linguístico Fuzzy	[-]
$F_j(x)$	Variável linguística Fuzzy	[-]
$F_p(x)$	Proposição Fuzzy	[-]
$g$	Aceleração da gravidade	[m/s <sup>2</sup> ]
$G_m(s)$	Função de transferência do motor	[-]
$G_C(s)$	Função de transferência do controlador	[-]
$G_{MA}$	Função de transferência de malha aberta	[-]
$H$	Altura do nível de líquido em estado estacionário	[m]
$h(t)$	Altura de líquido dentro do tanque no domínio do tempo	[m]
$H(s)$	Nível do reservatório no domínio da frequência	[m]
$h_R(t)$	Referência de nível do reservatório no domínio do tempo	[m]
$H_r(s)$	Referência de nível do reservatório no domínio da frequência	[m]
$i_a$	Corrente elétrica de armadura invariante no tempo	[A]
$i_f$	Corrente elétrica do circuito de campo do motor	[A]
$i_m$	Corrente elétrica da máquina	[A]
$J$	Momento de inércia	[kg-m <sup>2</sup> /rad]
$k$	Constante da máquina elétrica	[-]
$K$	Coeficiente de aceleração	[m <sup>2</sup> /s]
$K_1$	Ganho do estágio de potência	[-]
$K_2$	Ganho de conversão da válvula	[-]
$K_D$	Ganho derivativo	[-]
$K_f$	Constante de campo do motor	[Wb/A]
$K_I$	Ganho integrativo	[-]
$K_m$	Constante do motor	[N.m/A]
$K_P$	Ganho proporcional	[-]
$K_t$	Constante de torque magnético	[N.m/A.Wb]

$K_T$	Constante de torque magnético	[A/N.m]
$K_V$	Constante de tensão elétrica	[V/rad/s]
$L_f$	Indutância do circuito de campo do motor	[H]
$M$	Função associativa Fuzzy	[-]
$M_P$	Máximo sobressinal	[%]
$N$	Função de pertinência negativa (intensidade 1)	[-]
$NN$	Função de pertinência negativa (intensidade 2)	[-]
$NNN$	Função de pertinência negativa (intensidade 3)	[-]
$NNNN$	Função de pertinência negativa (intensidade 4)	[-]
$P_1$	Pressão no fundo do tanque	[Pa]
$P_a$	Pressão atmosférica	[Pa]
$P_i^x$	Proposição Fuzzy	[-]
$P_j^y$	Proposição Fuzzy	[-]
$P_m$	Proposição Fuzzy	[-]
$P_n$	Proposição Fuzzy	[-]
$P_p^x$	Proposição Fuzzy	[-]
$P_q^y$	Proposição Fuzzy	[-]
$P_v^x$	Proposição Fuzzy	[-]
$P_w^y$	Proposição Fuzzy	[-]
$P_k^z$	Proposição Fuzzy	[-]
$P_n^m$	Proposição Fuzzy	[-]
$P$	Função de pertinência positiva (intensidade 1)	[-]
$PP$	Função de pertinência positiva (intensidade 2)	[-]
$PPP$	Função de pertinência positiva (intensidade 3)	[-]
$PPPP$	Função de pertinência positiva (intensidade 4)	[-]
$Q$	Taxa de fluxo de líquido em estado estacionário	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_i(t)$	Vazão de entrada no domínio do tempo	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_o(t)$	Vazão de saída (constante)	[m <sup>3</sup> /s]
$R_f$	Resistência elétrica do circuito de campo do motor	[Ω]
$R_i$	Conjunto de relações Fuzzy	[-]
$R_{ij}$	Relação Fuzzy	[-]
$R_{vw}$	Relação Fuzzy	[-]
$R_F$	Regra Fuzzy	[-]
$R_F^i$	Regra Fuzzy	[-]
$R_F^j$	Regra Fuzzy	[-]



$R_n$	Conjunto de regras Fuzzy	[-]
$R_x$	Conjunto de regras Fuzzy	[-]
$R(x)$	Saída de controle Fuzzy	[-]
$r$	Raio do conversor angular-linear	[m]
$r(t)$	Sinal de referência no domínio do tempo	[-]
$r(s)$	Sinal de referência no domínio da frequência	[-]
$R(s)$	Sinal de referência no domínio da frequência	[-]
$R'$	Resistência de escoamento	[m/m <sup>3</sup> /s]
$R'C'$	Constante de tempo do sistema reservatório	[s]
$r_{ss}$	Referência do sistema em regime permanente	[m]
$S$	Conjunto real	[-]
$T_i$	Valor linguístico Fuzzy	[-]
$T_i(x)$	Variável linguística Fuzzy	[-]
$T(x)$	Conjunto de nomes Fuzzy	[-]
$T(s)$	Função de transferência	[-]
$T_B$	Torque de atrito	[N.m]
$T_C$	Torque na carga	[N.m]
$T_C(s)$	Torque entregue à carga no domínio da frequência	[N.m]
$t_d$	Tempo para saída alcançar 50% da referência	[s]
$T_D$	Tempo derivativo	[s]
$T_d(s)$	Torque perturbador no domínio da frequência	[N.m]
$T_E$	Torque elétrico	[N.m]
$T_I$	Tempo integrativo	[s]
$T_J$	Torque inercial	[N.m]
$T_m$	Torque magnético	[N.m]
$t_p$	Tempo de pico	[s]
$T_q(y)$	Proposição Fuzzy	[-]
$t_r$	Tempo para a saída variar de 10 a 90% da referência	[s]
$T_r$	Torque resultante no eixo da máquina elétrica	[N.m]
$t_s$	Tempo de acomodação	[s]
$u(t)$	Saída do controlador	[-]
$U_1$	Valor máximo da saída de controle	[-]
$U_2$	Valor mínimo da saída de controle	[-]
$V$	Tensão de alimentação do motor	[V]
$V_1$	Válvula de admissão de fluido	[-]

$V_2$	Válvula de descarga de fluido	[-]
$V_f(s)$	Tensão de campo pré-amplificada no domínio da frequência	[V]
$V'_f(s)$	Tensão de campo amplificada no domínio da frequência	[V]
$V_K$	Queda de tensão referente à força contra eletromotriz	[V]
$V_L$	Queda de tensão nos componentes indutivos da máquina	[V]
$V_m$	Força eletromotriz nos terminais da máquina elétrica	[V]
$V_R$	Queda de tensão nos componentes resistivos da máquina	[V]
$x$	Variável real	[-]
$X$	Universo de discussão Fuzzy	[-]
$y$	Saída de controle Fuzzy	[-]
$y_{ss}$	Saída do sistema em regime permanente	[-]
$Z$	Função de pertinência neutra	[-]
$z_0$	Saída defuzzificada	[-]

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>19</b>
<b>1.1</b>	<b>Motivação .....</b>	<b>20</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos.....</b>	<b>20</b>
<b>1.3</b>	<b>Metodologia.....</b>	<b>21</b>
<b>1.4</b>	<b>Estrutura do Trabalho .....</b>	<b>21</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>23</b>
<b>2.1</b>	<b>Servomotores de Corrente Contínua .....</b>	<b>23</b>
<b>2.1.1</b>	<i>Modelagem Matemática .....</i>	<i>25</i>
<b>2.1.2</b>	<i>Função de Transferência .....</i>	<i>30</i>
<b>2.2</b>	<b>Sistemas de Nível de Líquidos .....</b>	<b>31</b>
<b>2.2.1</b>	<i>Modelagem Matemática .....</i>	<i>34</i>
<b>2.2.2</b>	<i>Função de Transferência .....</i>	<i>36</i>
<b>2.3</b>	<b>Sistemas de Controle .....</b>	<b>36</b>
<b>2.3.1</b>	<i>Controle a Malha Aberta.....</i>	<i>37</i>
<b>2.3.2</b>	<i>Controle a Malha Fechada .....</i>	<i>37</i>
<b>2.3.3</b>	<i>Controle com Retroação.....</i>	<i>38</i>
<b>2.3.3.1</b>	<i>Ação de Controle Liga-Desliga.....</i>	<i>39</i>
<b>2.3.3.2</b>	<i>Ação de Controle Proporcional .....</i>	<i>40</i>
<b>2.3.3.3</b>	<i>Ação de Controle Integral.....</i>	<i>41</i>
<b>2.3.3.4</b>	<i>Ação de Controle Derivativa.....</i>	<i>42</i>
<b>2.3.3.5</b>	<i>Ação de Controle Proporcional Integrativa Derivativa .....</i>	<i>43</i>
<b>2.3.4</b>	<i>Desempenho de Sistemas .....</i>	<i>44</i>
<b>2.3.4.1</b>	<i>Sinais de Entrada Padrão .....</i>	<i>44</i>
<b>2.3.4.2</b>	<i>Resposta em Regime Transitório.....</i>	<i>48</i>
<b>2.3.4.3</b>	<i>Resposta em Regime Estacionário .....</i>	<i>49</i>
<b>2.4</b>	<b>Lógica Fuzzy .....</b>	<b>51</b>
<b>2.4.1</b>	<i>Conjuntos Ordinários.....</i>	<i>52</i>
<b>2.4.2</b>	<i>Conjuntos Fuzzy.....</i>	<i>53</i>
<b>2.4.3</b>	<i>Funções de Pertinência.....</i>	<i>54</i>
<b>2.4.4</b>	<i>Variáveis Linguísticas .....</i>	<i>57</i>
<b>2.4.5</b>	<i>Base de Regras Fuzzy.....</i>	<i>60</i>
<b>2.4.6</b>	<i>Implicação Fuzzy.....</i>	<i>63</i>

2.4.6.1	<i>Modelo Mamdani</i> .....	63
2.4.6.2	<i>Modelo Larsen</i> .....	64
2.4.6.3	<i>Modelo Takagi-Sugeno-Kang (TSK)</i> .....	65
2.4.6.4	<i>Modelo Tsukamoto</i> .....	66
<b>2.4.7</b>	<b><i>Defuzzificação</i></b> .....	<b>66</b>
2.4.7.1	<i>Centro de Área</i> .....	67
2.4.7.2	<i>Primeiro Máximo</i> .....	68
2.4.7.3	<i>Média dos Máximos</i> .....	68
<b>2.4.8</b>	<b><i>Controladores Fuzzy PID</i></b> .....	<b>69</b>
2.4.8.1	<i>Fuzzy PID Variante A</i> .....	69
2.4.8.2	<i>Fuzzy PID Variante B</i> .....	70
2.4.8.3	<i>Fuzzy PID Variante C</i> .....	71
<b>2.5</b>	<b><i>Trabalhos Relacionados</i></b> .....	<b>72</b>
<b>3</b>	<b>SISTEMA DE CONTROLE FUZZY PD+I</b> .....	<b>73</b>
<b>3.1</b>	<b><i>Caracterização do Problema</i></b> .....	<b>73</b>
<b>3.2</b>	<b><i>Controlador Fuzzy PD+I</i></b> .....	<b>76</b>
<b>3.3</b>	<b><i>Controlador Fuzzy PD Mandani</i></b> .....	<b>79</b>
<b>3.4</b>	<b><i>Conclusão</i></b> .....	<b>83</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>84</b>
<b>4.1</b>	<b><i>Aplicação do Degrau Unitário</i></b> .....	<b>85</b>
<b>4.2</b>	<b><i>Aplicação da Rampa Unitária</i></b> .....	<b>86</b>
<b>4.3</b>	<b><i>Aplicação do Sinal Senoidal</i></b> .....	<b>88</b>
<b>4.4</b>	<b><i>Conclusão</i></b> .....	<b>90</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>92</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>93</b>
	<b>APÊNDICE A – BASE DE REGRAS DO CONTROLADOR FUZZY PD</b> .....	<b>97</b>
	<b>APÊNDICE B – ATIVAÇÃO DO CONTROLADOR FUZZY PD</b> .....	<b>98</b>
	<b>APÊNDICE C – MODELO DO SISTEMA DE SIMULAÇÃO</b> .....	<b>99</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O controle automático possui papel vital no avanço da engenharia e da ciência por ter se tornado uma parte importante dos processos industriais e de fabricação modernos, além de possuir extrema importância para sistemas militares avançados. Com os avanços na teoria e prática na área de controle automático, muito tem sido feito para alcançar o desempenho ótimo de sistemas dinâmicos (OGATA, 2007, p. 1).

Dorf e Bishop (2001, p. 2) definem um sistema de controle como “[...] uma interconexão de componentes formando uma configuração de sistema que produzirá uma resposta desejada do sistema.” A análise de um sistema de controle é realizada através dos conceitos fornecidos pela teoria dos sistemas lineares o que supõe uma relação de causa e de efeito, entre os componentes do sistema, que pode ser visualizado como um vínculo entre a entrada e a saída do mesmo. O relacionamento do sinal de entrada com o de saída é definido como controle de malha fechada. O controle em malha fechada pode ser atribuído como o principal método de controle automático.

Um tipo de controlador amplamente utilizado no controle de processos, em malha fechada, é conhecido como Controlador de Três Termos, ou simplesmente Proporcional Integrativo Derivativo (PID). Segundo Ogata (2007, p. 544), “[...] mais da metade dos controladores industriais em uso atualmente utiliza estratégias de controle PID ou PID modificadas”. Este tipo de controlador está intrinsecamente ligado à função de transferência da planta e ambos são obtidos a partir do modelo matemático do sistema em estudo.

Para obter função de transferência de uma planta de forma analítica, é necessário realizar a modelagem matemática da mesma. Entretanto; sistemas nos quais o modelo matemático não é conhecido, ou não é realizável, é possível aplicar a filosofia de controle Fuzzy em controladores PID. (NGUYEN *et al.*, cap. 1, p. 12).

Também conhecida como Lógica Nebulosa, a Lógica Fuzzy foi introduzida no início da década de 70 como uma tecnologia emergente para aplicações industriais em substituição às técnicas de controle convencionais existentes até então (CHEN, PHAM, 2001, p. 237).

A Lógica Fuzzy possui como filosofia a descrição de termos que não são completamente conhecidos ou que não são claros o suficiente. Em outras palavras, a Lógica Fuzzy pode ser utilizada para descrever variáveis que em muitas vezes dependem da subjetividade, da estimação ou até mesmo da intuição humana (KOVAČIĆ e BOGDAN, 2006, p. 1). Caso o comportamento do sistema e as especificações de desempenho sejam

conhecidos, a aplicação de controladores Fuzzy PD+I pode alcançar resultados rigorosamente precisos e estáveis, através de uma modelagem mais prática e com consequente incremento de eficiência e de rentabilidade de processos controlados automaticamente (CHEN, PHAM, 2001, p. 2 do prefácio; DORF e BISHOP, 2001, p. 6).

## 1.1 Motivação

Ao analisar os resultados de trabalhos acadêmicos que relacionam inteligência artificial com sistemas de controle, foi possível observar resultados promissores através da aplicação de técnicas inovadoras.

Em suas conclusões; Lin-ke *et al.* (2011) afirmam que “[...] controladores PID convencionais são difíceis de serem sintonizados, apresentam excessivos atrasos e elevado sobressinal [...]”. Enquanto Huo e Wang (2012) afirmam que “[...] o controlador Fuzzy PD+I apresenta características estáticas e dinâmicas melhores que um sistema que utiliza o controlador PID convencional [...]”. “Comparações dos resultados experimentais do controlador PID convencional com o controlador Fuzzy PD+I demonstraram que este último está apto a desenvolver melhor performance que o controlador PID convencional.” (NATSHEH e BURAGGA, 2010, p. 134).

Sendo assim, mediante os relatos conclusivos dos trabalhos acadêmicos supracitados, foi identificada a necessidade de avaliar as vantagens do controlador Fuzzy PD+I, de modo a comprovar a sua aplicabilidade em sistemas que não admitam valores elevados de sobressinal ou que possuam comportamento não linear.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é comparar o desempenho de um controlador Fuzzy PD+I com o de um controlador PID convencional quando aplicados ao controle de nível de uma planta, através do ajuste da tensão de campo de um motor de corrente contínua, a fim de validar a técnica Fuzzy quanto a sua aplicabilidade no controle de processos.

Diante desta perspectiva, os objetivos específicos são seguintes:

- Projetar um controlador Fuzzy PD+I específico para o controle de um processo conhecido.
- Projetar um controlador Fuzzy PD *Mamdani* para ajuste não linear do controlador citado na alínea anterior.

- Confrontar os dados obtidos, através de simulações, dos sistemas supracitados com os obtidos por um controlador PID sintonizado pelo MATLAB<sup>®</sup>.

### 1.3 Metodologia

Para alcançar os objetivos específicos estabelecidos para este trabalho, as seguintes atividades foram desenvolvidas:

- Familiarizar com os assuntos mais relevantes à pesquisa: motores CC, sistemas de nível de líquidos, sistemas de controle e lógica Fuzzy.
- Modelar um sistema de controle de um processo de transferência de fluido, controlado pelo nível de um tanque, ajustado pela tensão de campo de um motor CC.
- Desenvolver um controlador Fuzzy PD+I.
- Desenvolver um controlador Fuzzy PD *Mandani*.
- Desenvolver um controlador PID sintonizado pelo *PID Tunner* do programa MATLAB<sup>®</sup>.
- Simular os controladores supracitados através da aplicação de sinais padronizados do tipo: rampa unitária, degrau unitário e função senoidal.
- Analisar e comparar os resultados obtidos nas simulações realizadas.

### 1.4 Estrutura do Trabalho

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos.

No Capítulo 1 serão ratificadas as questões inerentes aos objetivos, às justificativas e à estrutura definitiva do trabalho desenvolvido.

Em seguida, no Capítulo 2, será realizada a revisão da literatura onde serão abordados os temas relacionados com servomotores de corrente contínua, sistemas de nível de líquidos, sistemas de controle, controladores PID, lógica Fuzzy e controladores Fuzzy PD+I.

No Capítulo 3 será apresentado o processo que será utilizado como plataforma de testes. Neste capítulo também será demonstrada as estruturas dos controladores Fuzzy PD+I e do controlador Fuzzy *Mandani* utilizados nas simulações.

No Capítulo 4 serão apresentados os resultados das simulações do controlador Fuzzy PD+I e do controlador PID convencional sob o ponto de vista dos sinais padrão citados anteriormente.

Por fim, a conclusão do trabalho será feita no Capítulo 5 onde serão realizadas as ponderações acerca do conjunto de atividades realizadas, dos resultados obtidos, das dificuldades encontradas e das recomendações para trabalhos futuros relacionados com esta pesquisa.



## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo são abordados os conceitos fundamentais ao desenvolvimento deste trabalho. A Seção 2.1 apresenta as principais características dos motores CC bem como a sua modelagem matemática. Na Seção 2.2, são encontrados os detalhes acerca dos sistemas de nível de líquidos e a sua respectiva modelagem matemática. Em seguida, na Seção 2.3, serão abordados os principais conceitos referentes ao controle de processos. Na Seção 2.4 se são abordados os principais detalhes relacionados com a lógica Fuzzy. Por fim, na Seção 2.5 é realizada uma breve discussão acerca de trabalhos relacionados com a aplicação de lógica Fuzzy no controle de processos.

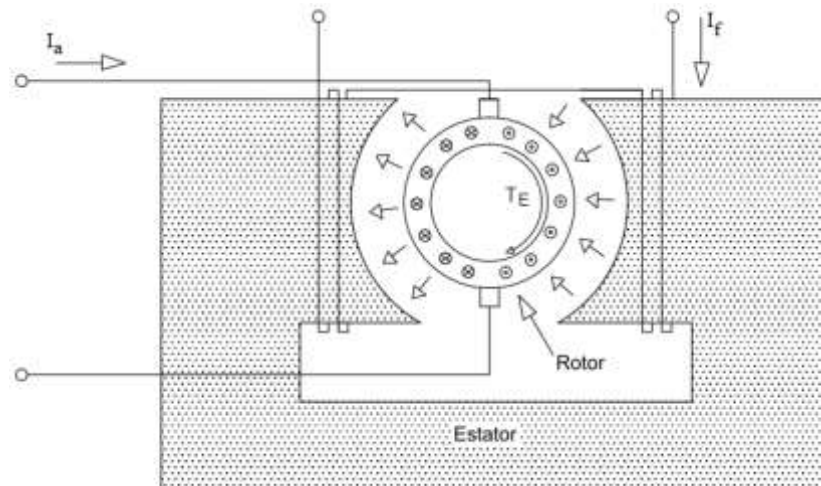
### 2.1 Servomotores de Corrente Contínua

As máquinas de corrente contínua, ou máquinas CC, caracterizam-se pela versatilidade das diversas combinações de enrolamento de campo que pode ser excitado em derivação, em série ou independente. Mesmo diante dos recentes avanços no desenvolvimento das máquinas de corrente alternada, devido à facilidade com que podem ser controladas, as máquinas CC possuem vantagens que ainda permitem a sua aplicação em larga escala em tarefas que requerem amplas faixas de velocidades ou de controle preciso na saída do motor (FITZGERALD, 2006, p. 343).

A máquina de CC é uma máquina elétrica girante, capaz de converter energia mecânica em energia elétrica (gerador) ou energia elétrica em mecânica (motor). Para o motor, a energia elétrica é suprida aos condutores e ao campo magnético da máquina CC, a fim de produzir o movimento relativo entre eles e, assim, produzir energia mecânica (KOSOW, 1993, p. 38).

De acordo com a Figura 1, é possível verificar a estrutura básica de um motor CC. Nesta figura são representadas as correntes elétricas de armadura ( $I_a$ ) e de campo ( $I_f$ ) além do torque elétrico ( $T_E$ ) desenvolvido pela máquina. Ainda nesta figura, é possível verificar as linhas de fluxo magnético que, a partir do estator, cortam o circuito do rotor a fim de gerar o torque elétrico.

Figura 1 – Estrutura básica do motor de CC

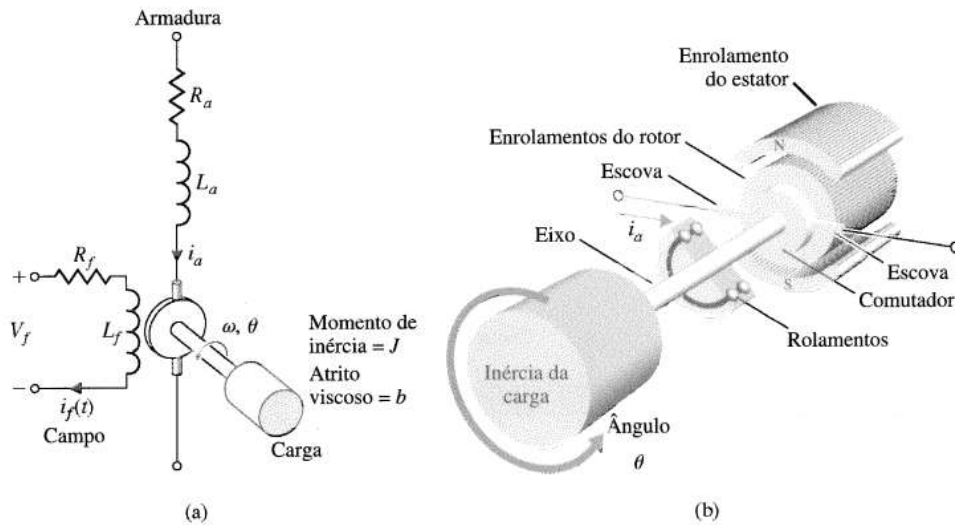


Fonte: Adaptada de GARCIA (2009).

Uma classe específica de motores de corrente contínua operam em potências abaixo de 100W é definida como Servomotor e são aplicados, geralmente, em tarefas auxiliares. Seu surgimento foi observado a partir das invenções dos amplificadores operacionais e dos microprocessadores, durante a revolução dos computadores pessoais, como parte dos equipamentos periféricos que surgiram neste período. Uma das vantagens atribuídas aos Servomotores diz respeito às facilidades de aprovações de uso por parte de órgãos governamentais internacionais, quanto à questão da segurança em equipamentos elétricos, tendo em vista que os mesmos operam tipicamente em tensões abaixo de 48V. Sua designação tem origem no nome latino *Servus* que denota o seu uso como sendo auxiliar. Um Servomotor também pode ser definido como uma máquina capaz de realizar uma tarefa predefinida onde o fornecimento de potência é maior que o que poderia ser fornecido pelo operador humano (TOBIN, 2011, p. 1).

O modelo padrão de um motor elétrico de CC pode ser verificado na Figura 2. Na Figura 2.a, verifica-se o circuito elétrico enquanto na Figura 2.b pode ser observado um esboço mecânico de um motor de CC (DORF e BISHOP, 2001, p. 40).

Figura 2 – Diagrama elétrico (a) e esboço (b) de um motor de CC



Fonte: Adaptada de DORF e BISHOP (2001).

Ainda com relação à Figura 2.a, uma combinação de fatores será responsável pelo controle do deslocamento angular do motor de CC. Os fatores responsáveis por esta ação são as tensões de campo e de armadura que são aplicadas ao motor. A dinâmica do sistema será definida conforme a estratégia de controle adotada para o modelo que será utilizado bem como dos parâmetros que compõem a máquina. Neste sentido, caso o objetivo do sistema seja o uso mais intensivo de potência, a estratégia a ser utilizada define que se mantenha a corrente elétrica da armadura constante enquanto se realize o controle do motor através da corrente de campo (DORF e BISHOP, 2001, p. 40).

### 2.1.1 Modelagem Matemática

De acordo com Garcia (2009), a modelagem matemática de sistemas pode ser realizada através do equacionamento das relações físicas que regem o comportamento dos mesmos. Desta forma, o modelo matemático de um motor CC, controlado pela corrente de campo, pode ser realizado conforme as seguintes relações:

- *Relações Gerais*

$$T_m = K_T i_m \quad (1)$$

$$V_m = K_V \omega_B \quad (2)$$

Onde:

$T_m$ : Torque resultante no eixo da máquina elétrica, quando a mesma opera como motor, a partir da circulação da corrente elétrica ( $i_m$ ) [N.m]

$V_m$ : Força eletromotriz resultante nos terminais da máquina elétrica, quando a mesma opera como gerador, a partir da rotação do seu rotor ( $\omega_B$ ) [V]

$K_V$ : Constante de tensão elétrica [A/N.m]

$K_T$ : Constante de torque magnético [V/rad/s]

$\omega_B$ : Velocidade angular [rad/s]

- *Relações do Sistema*

Lei das Tensões de Kirchhoff<sup>1</sup>:

$$\sum V = 0 \quad (3)$$

$$V - (V_R + V_L + V_K) = 0 \quad (4)$$

Onde:

$V$ : Tensão de alimentação do motor [V]

$V_R$ : Queda de tensão em cima dos componentes resistivos da máquina [V]

$V_L$ : Queda de tensão em cima dos componentes indutivos da máquina [V]

$V_K$ : Queda de tensão referente à força contra eletromotriz resultante do torque magnético [V]

Equilíbrio de momentos:

$$\sum T = 0 \quad (5)$$

$$T_m - (T_J + T_B + T_C) = 0 \quad (6)$$

---

<sup>1</sup> A Lei das Tensões de Kirchhoff define que a soma algébrica de todas as tensões ao longo de qualquer caminho fechado em um circuito elétrico é igual a zero (NILSSON, 2009).

Onde:

$T_m$ : Torque magnético [N.m]

$T_J$ : Torque inercial [N.m]

$T_B$ : Torque de atrito [N.m]

$T_C$ : Torque na carga [N.m]

- *Relações Construtivas*

Relações de tensão e corrente elétricas:

$$V_R = R_f i_f \quad (7)$$

$$V_L = L_f \frac{di_f}{dt} \quad (8)$$

Onde:

$R_f$ : Resistência elétrica do circuito de campo do motor [ $\Omega$ ]

$L_f$ : Indutância do circuito de campo do motor [H]

$I_f$ : Corrente elétrica do circuito de campo do motor [A]

Relações de força e geometria:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (9)$$

$$T_J = J \frac{d\omega}{dt} \quad (10)$$

$$T_B = B\omega \quad (11)$$

$$T_C = r\Delta F \quad (12)$$

Onde:

$\theta$ : Ângulo do eixo do motor [rad]

$J$ : Momento de inércia [kg-m<sup>2</sup>/rad]

$B$ : Coeficiente de amortecimento [N-m/rad/s]

$r$ : Raio do conversor angular-linear [m]

$\Delta F$ : Variação de força no eixo do motor [N]

- *Relações eletromecânicas*

$$V_K = K_V \omega \quad (13)$$

$$T_m = K_T i \quad (14)$$

- *Equações de Movimento*

$$R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} + K_V \omega = V \quad (15)$$

$$K_T i - J \frac{d\omega}{dt} - B \omega = T_C \quad (16)$$

Entretanto,

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (17)$$

Desta forma, substituindo a Equação (17) nas Equações (15) e (16) obtêm-se os seguintes resultados:

$$R_f i + L_f \frac{di}{dt} + K_V \frac{d\theta}{dt} = V \quad (18)$$

$$T_C = K_T i - J \frac{d^2\theta}{dt^2} - B \frac{d\theta}{dt} \quad (19)$$

Considerando que o motor modelado será deduzido por uma aproximação linear, os efeitos de segunda ordem como histerese<sup>2</sup> e queda de tensão nas escovas serão desprezados. Desta maneira, admitindo-se que o circuito magnético de campo não esteja saturado, o fluxo magnético  $\phi(t)$  no entreferro do motor pode ser tratado conforme a seguinte relação:

$$\phi(t) = K_f i_f(t) \quad (20)$$

A partir da Equação (18), pode-se considerar que o torque desenvolvido pelo motor CC está relacionado linearmente ao fluxo magnético e à corrente de armadura ( $i_a$ ) conforme a seguinte equação:

$$T_m(t) = K_t \phi i_a(t) \quad (21)$$

Substituindo o fluxo magnético da Equação (17) na Equação (18) obtém-se a seguinte equação de torque magnético:

$$T_m(t) = K_t K_f i_f(t) i_a(t) \quad (22)$$

Como o objetivo deste trabalho requer o modelo matemático de um motor CC controlado pelo circuito de campo, a corrente de armadura  $i_a(t)$  será considerada constante e, desta maneira, a relação de torque magnético do motor admite a seguinte equação:

$$T_m(t) = K_T K_f I_a i_f(t) = K_m i_f(t) \quad (23)$$

Onde:

$I_a$ : Corrente elétrica de armadura invariante no tempo [A]

$K_m$ : Constante do motor [N.m/A]

$K_t$ : Constante de torque do motor [N.m/A.Wb]

$K_f$ : Constante de campo do motor [Wb/A]

---

<sup>2</sup> A histerese é um fenômeno que causa o atraso no surgimento de densidade de campo magnético ( $B$ ) a partir da aplicação de um campo magnético ( $H$ ) em materiais que apresentam propriedades de magnetização (FITZGERALD, 2006).

### 2.1.2 Função de Transferência

De acordo com Dorf e Bishop (2001), as funções de transferência podem ser definidas como “[...] a relação entre a transformada de Laplace<sup>3</sup> da variável de saída e a transformada de Laplace da variável de entrada, com todas as condições iniciais supostas iguais a zero”.

Para o caso do motor CC controlado pela tensão de campo, a variável de saída do sistema é o deslocamento angular do eixo do motor  $\theta(t)$  e a variável de entrada será a tensão de campo  $V_f(t)$ .

Através da aplicação da transformada de Laplace na Equação (20) obtém-se a relação entre o torque do motor  $T_m(s)$  e a corrente de campo  $I_f(s)$  no domínio da frequência:

$$T_m(s) = K_m I_f(s) = T_C(s) + T_d(s) \quad (24)$$

Onde:

$T_C(s)$ : Torque entregue à carga no domínio da frequência [N.m]

$T_d(s)$ : Torque perturbador no domínio da frequência [N.m]

Aplicando a transformada de Laplace na Equação (15), é possível obter a relação da corrente de campo  $I_f(s)$  com a tensão de campo  $V_f(s)$ :

$$V_f(s) = (R_f + L_f)I_f(s) \quad (25)$$

Reordenando, obtém-se a seguinte equação de corrente de campo no domínio da frequência:

$$I_f(s) = \frac{V_f(s)}{(R_f + L_f)} \quad (26)$$

---

<sup>3</sup> Geralmente considera-se que seja a transformada unilateral de Laplace a qual é definida por  $\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ , com  $f(t) = 0$  para  $t < 0$  (LATHI, 2006).



Substituindo a Equação (26) na Equação (24) encontra-se a primeira relação de torque no motor no domínio da frequência:

$$T_m(s) = K_m \frac{V_f(s)}{(R_f + L_f s)} \quad (27)$$

Tendo em vista que para o caso em estudo  $T_d(s)$  é nulo, reordenando e aplicando a transformada de Laplace na Equação (19), obtém-se a seguinte equação de torque do motor no domínio da frequência:

$$T_m(s) = T_c(s) = Js^2\Omega(s) + Bs\Omega(s) \quad (28)$$

Finalmente, igualando-se e reorganizando as Equações (27) e (28), é possível definir a função de transferência do conjunto motor-carga:

$$\frac{\Omega(s)}{V_f(s)} = \frac{K_m}{s(Js + B)(L_f s + R_f)} \quad (29)$$

ou,

$$\frac{\Omega(s)}{V_f(s)} = \frac{K_m/JL_f}{s(s + B/J)(s + R_f/L_f)} \quad (30)$$

## 2.2 Sistemas de Nível de Líquidos

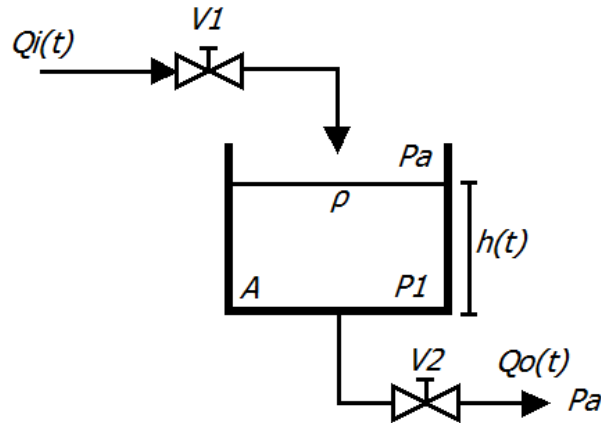
Processos industriais normalmente utilizam o fluxo de líquidos através de tubos de conexão e reservatórios. Vale salientar que geralmente o regime operacional destes sistemas é caracterizado pelo fluxo turbulento<sup>4</sup>. Neste caso, a modelagem da planta é realizada através de equações diferenciais não lineares. Caso a região de operação seja limitada, é possível realizar a linearização destas equações diferenciais (OGATA, 2007).

---

<sup>4</sup> Classificação do regime de escoamento de fluidos caso o número de Reynolds esteja entre 3.000 e 4.000 (OGATA, 2007).

Um caso típico de controle de nível de líquido pode ser observado na Figura 3. Este sistema realiza o controle do nível de um tanque atmosférico através da abertura ou fechamento da válvula de admissão de fluido  $V_1$ .

Figura 3 – Controle de nível de líquido em tanque atmosférico



Fonte: Adaptada de GARCIA (2009).

Onde:

$Q_i(t)$ : Vazão de entrada [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]

$Q_o(t)$ : Vazão de saída (constante) [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]

$h(t)$ : Coluna ou altura de líquido dentro do tanque [m]

$V_1$ : Válvula de admissão de fluido

$V_2$ : Válvula de descarga de fluido

$A$ : Área da base do tanque [ $\text{m}^2$ ]

$P_1$ : Pressão no fundo do tanque [Pa]

$P_a$ : Pressão atmosférica [Pa]

$\rho$ : Densidade do fluido [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]

É importante salientar que as características construtivas do tanque e das válvulas, por exemplo, a geometria e os materiais de construção, implicam diretamente no comportamento dinâmico do processo. Desta maneira, admitir-se-á que tais parâmetros são invariantes no tempo e não fazem parte do escopo de estudo deste trabalho.

Outros dois fatores importantes que devem ser considerados dizem respeito à resistência à passagem do fluxo através da tubulação  $R'$  e a Capacitância do tanque  $C'$ . Por definição,  $R'$  e  $C'$  são aqui considerados como:

$$R' = \frac{\text{variação na diferença de nível [m]}}{\text{variação na vazão volumétrica [m}^3\text{/s]}} \quad (31)$$

$$C' = \frac{\text{variação na quantidade de líquido armazenado [m}^3\text{]}}{\text{variação na altura da coluna de líquido [m]}} \quad (32)$$

Ainda de acordo com Ogata (2007, p. 116), “[...] se o fluxo através de uma restrição for laminar<sup>5</sup>, a relação entre a taxa de fluxo em estado estacionário e a altura de líquido no tanque em estado estacionário é dada por [...]”:

$$Q = KH \quad (33)$$

Onde:

$Q$ : Taxa de fluxo de líquido em estado estacionário [m<sup>3</sup>/s]

$K$ : Coeficiente [m<sup>2</sup>/s]

$H$ : Altura do nível de líquido em estado estacionário [m]

No caso do fluxo laminar, a resistência  $R'$  e a capacitância  $C'$  serão considerados conforme a seguir:

$$R' = \frac{dH}{dQ} = \frac{H}{Q} \quad (34)$$

$$C' dh = [Q_i(t) - Q_o(t)] dt \quad (35)$$

Por analogia, pode-se considerar que a resistência no escoamento laminar é constante como uma resistência elétrica. Já a capacitância do tanque será igual à sua seção transversal desde que esta não possua variações ao longo da altura do mesmo.

---

<sup>5</sup> Classificação do regime de escoamento de fluidos cujo número de Reynolds é inferior a aproximadamente 2.000 (OGATA, 2007).

### 2.2.1 Modelagem Matemática

O modelo matemático de um sistema de controle de nível de fluido pode ser realizado conforme as seguintes relações:

- *Relações do Sistema*

$$\frac{dm(t)}{dt} = \rho A \frac{dh(t)}{dt} = \rho [Q_i(t) - Q_o] \quad (36)$$

Onde:

$\frac{dm(t)}{dt}$ : Taxa de variação da massa do sistema [kg/s]

- *Relações Constitutivas*

$$Q_o(t) = \frac{h(t)}{R'} = C_v \sqrt{(P_1 + P_a)} \quad (37)$$

Onde:

$C_v$ : Coeficiente de vazão da válvula de descarga

$$P_1 = P_a + \rho gh \quad (38)$$

Onde:

$g$ : Aceleração da gravidade [m/s<sup>2</sup>]

- *Equações de Movimento*

Substituindo as Equações (34) e (35) na Equação (33) é possível obter a seguinte relação da vazão de entrada  $Q_i(t)$  com a altura do tanque  $h(t)$ :

$$\rho A \frac{dh}{dt} = \rho [Q_i(t) - C_v \sqrt{P_a + \rho gh}] \quad (39)$$

ou

$$R'C' \frac{dh}{dt} + h(t) = R'Q_i(t) \quad (40)$$

Onde:

$R'C'$ : Constante de tempo do sistema reservatório

Segundo Campos e Teixeira (2006), as válvulas de controle podem ser classificadas de acordo com a sua característica de vazão. Esta propriedade é denominada Coeficiente de Vazão<sup>6</sup> e demonstra o quanto de área efetiva existe na mesma para certo curso de abertura. Em outras palavras, para cada regime de escoamento e tipo de válvula de controle existe uma relação entre a vazão e a sua abertura.

Conforme proposto por Gabriel Filho (2008), considerando que não há perda de movimento no acoplamento do motor com a válvula, por simplificação considerar-se-á que a vazão de entrada  $Q_i(t)$  segue uma relação linear com a variação da abertura da válvula de admissão do tanque  $V_1$  conforme a seguinte relação:

$$Q_i(t) = 0,08\theta(t) \quad (41)$$

Onde:

$\theta(t)$ : Ângulo do eixo do motor no domínio do tempo [rad]

Desta forma, a Equação (37) pode ser reescrita conforme a seguir:

$$R'C' \frac{dh}{dt} + h(t) = R'[0,08\theta(t)] \quad (42)$$

Ou

---

<sup>6</sup> A característica de vazão das válvulas de controle é proporcional a um número que varia entre 0 e 1. Esta variação é verificada de acordo com o tipo de válvula utilizada: abertura rápida, linear, igual percentagem e parabólica modificada (CAMPOS e TEIXEIRA, 2006).

$$12,5 \left[ R'C' \frac{dh}{dt} + h(t) \right] = R'\theta(t) \quad (43)$$

### 2.2.2 Função de Transferência

Através da aplicação da transformada de Laplace na Equação (40) obtém-se a relação entre o nível do tanque  $H(s)$  e a vazão de entrada  $Q_i(s)$  no domínio da frequência:

$$12,5[R'C'sH(s) + H(s)] = R'\Omega(s) \quad (44)$$

Onde:

$$H(s) = \mathcal{L}[h(t)] \quad (45)$$

e

$$\Omega(s) = \mathcal{L}[\theta(t)] \quad (46)$$

Por fim, a função de transferência do nível do tanque em função da variação angular do eixo do motor CC é verificada na seguinte equação:

$$\frac{H(s)}{\Omega(s)} = \frac{R'}{12,5(R'C's + 1)} \quad (47)$$

ou

$$\frac{H(s)}{\Omega(s)} = \frac{0,08/C'}{(s + 1/R'C')} \quad (48)$$

## 2.3 Sistemas de Controle

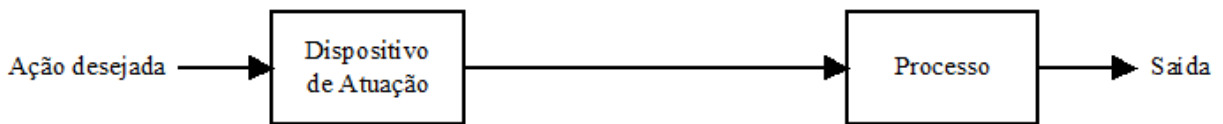
Sistemas de controle são estruturas que mantêm uma relação preestabelecida entre as grandezas de saída e de referência (OGATA, 2007). De acordo com Tobin (2011, cap. 2, p. 2), “[...] os sistemas de controle podem ser de dois tipos: sistemas de malha aberta ou malha fechada e sistemas de acionamento intermitente ou sistemas de controle contínuo

[...]”. Tais estruturas são normalmente analisadas para aplicação em projetos de sistemas orientados para objetos que funcionam em modo automático (DORF e BISHOP, 2001).

### 2.3.1 Controle a Malha Aberta

O controle a malha aberta é definido por sistemas cujas saídas não são medidas nem transmitidas de volta ao controlador para efeito de comparação (OGATA, 2007), conforme pode ser verificado na Figura 4.

Figura 4 – Sistema de controle a malha aberta



Fonte: Adaptada de DORF e BISHOP (2001).

Em outras palavras, num sistema de controle a malha aberta, o sinal de saída não afeta a ação de controle. Assim, a cada sinal de referência na entrada corresponde a uma condição de operação fixa como resultado, mesmo quando submetido a condições operacionais com a presença de distúrbios.

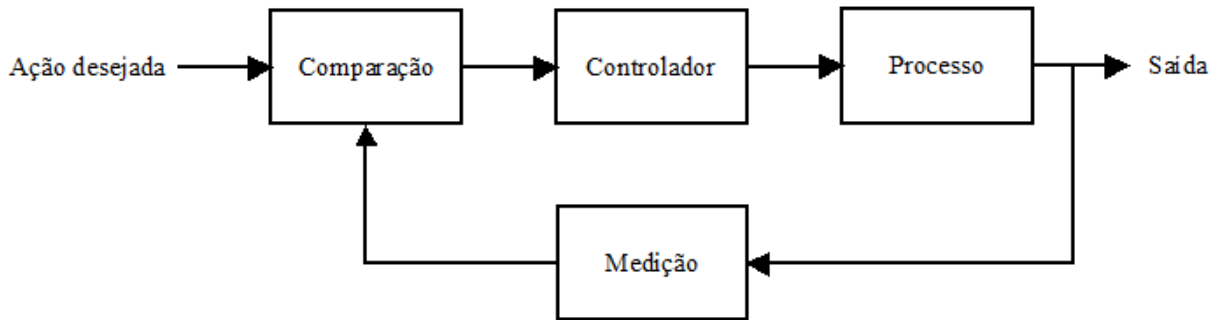
Na prática, os sistemas de controle a malha aberta são usados somente quando as entre entrada e saída do processo a controlar forem conhecidas e quando não existirem distúrbios internos e externos.

Desta forma, todos os sistemas em que as ações de controle são diretamente uma função do tempo constituem um sistema a malha aberta. Como exemplo, é possível afirmar que sistemas de tráfego de veículos, por meio de sinais operados com base no tempo, são aplicações de controle a malha aberta.

### 2.3.2 Controle a Malha Fechada

Conforme descrito por Ogata (2007, p. 5), “[...] um sistema que mantém uma relação preestabelecida entre a grandeza de saída e a grandeza de referência, comparando-as e utilizando a diferença como meio de controle, é dito um sistema de controle com retroação [...]”. Estes sistemas também são conhecidos como sistemas de controle a malha fechada e possuem comportamento complementar ao controle a malha aberta, conforme pode ser verificado na Figura 5.

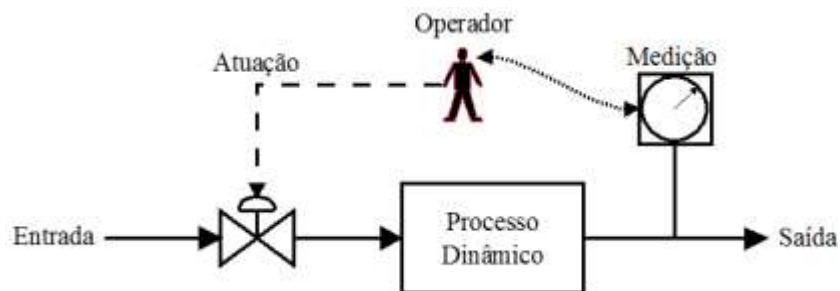
Figura 5 – Sistema de controle a malha fechada



Fonte: Adaptada de DORF e BISHOP (2001).

Historicamente, a retroação teve início com o desenvolvimento do regulador de esferas para controle de velocidade de máquinas a vapor em 1769 (DORF e BISHOP, 2001, p. 3). Trata-se também de um típico exemplo de controle automático onde a ação sobre a velocidade da máquina independe da manipulação do operador. A situação na qual o controle do processo cujas saídas dependem da ação humana é denominado controle manual e pode ser verificado na Figura 6.

Figura 6 – Controle manual de um processo



Fonte: Adaptada de CASTRUCCI (2011).

### 2.3.3 Controle com Retroação

Segundo Dorf e Bishop (2001), o controle com retroação é caracterizado pela malha de realimentação que é utilizada para comparar o valor da saída efetiva com o valor desejado. Quando esta comparação é realizada através da subtração do valor da saída pelo valor da referência de entrada, fica configurado um sistema de retroação negativa cuja ação de controle pode variar de acordo com o método de controle empregado.



### 2.3.3.1 Ação de Controle Liga-Desliga

Este tipo de controlador também é conhecido por controle de duas posições e pode ser descrito conforme a seguir:

Em um sistema de controle de duas posições, o elemento atuante possui apenas duas posições fixas que são, em muitos casos, simplesmente “ligado” ou “desligado” (do inglês *on-off*). O controle de duas posições é relativamente simples e barato e, por esta razão, extremamente utilizado tanto em sistemas de controle industriais como em sistemas de controle domésticos (OGATA, 2007, p. 179).

Nesta ação de controle, o sinal de saída  $u(t)$  obedece ao sinal de erro  $e(t)$  de acordo com a seguinte relação:

$$u(t) = \begin{cases} U_1, & e(t) > 0 \\ U_2, & e(t) \leq 0 \end{cases} \quad (49)$$

Onde:

$U_1$ : Valor máximo que a saída  $u(t)$  admite

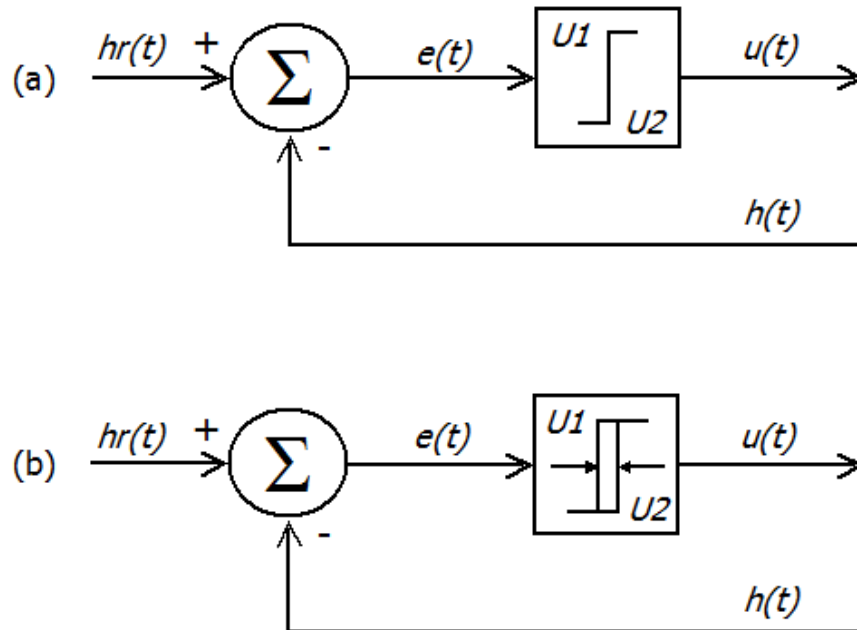
$U_2$ : Valor mínimo da saída  $u(t)$  que, usualmente, pode ser zero ou  $-U_1$

$u(t)$ : Saída do controlador

$e(t)$ : Diferença entre a referência desejada  $h_R(t)$  e o valor real medido  $h(t)$

Como única opção de adaptação, este controlador permite a aplicação de um intervalo diferencial que permite o atraso na comutação entre os valores  $U_1$  e  $U_2$ ; conforme pode ser verificado na Figura 7-b.

Figura 7 – Diagramas de blocos dos controladores liga-desliga (a) e liga-desliga com intervalo diferencial (b)



Fonte: Adaptada de OGATA (2007).

### 2.3.3.2 Ação de Controle Proporcional

Para o controlador do tipo proporcional, o valor da saída do controlador  $u(t)$  relaciona-se proporcionalmente com o erro  $e(t)$ , conforme a seguinte relação no domínio do tempo:

$$u(t) = K_p e(t) \quad (50)$$

Ou, conforme a seguinte função de transferência:

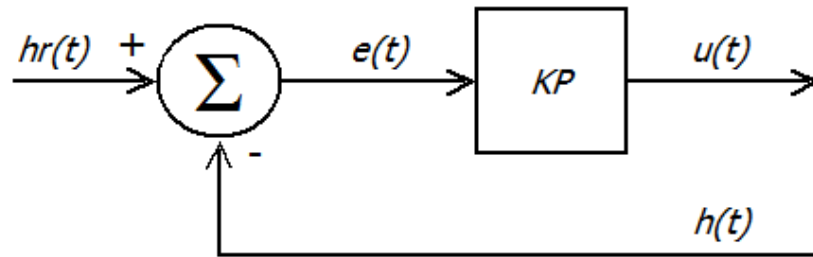
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \quad (51)$$

Onde:

$K_p$ : Ganho proporcional

Trata-se de um controlador que funciona como amplificador com ganho ajustável e o seu diagrama de blocos pode ser encontrado na Figura 8.

Figura 8 – Diagrama de blocos do controlador proporcional



Fonte: Adaptada de OGATA (2007).

### 2.3.3.3 Ação de Controle Integral

No controlador com a ação de controle integral, o valor da saída  $u(t)$  varia de acordo com a taxa proporcional de variação do sinal de erro  $e(t)$ , conforme a seguinte relação:

$$\frac{du(t)}{dt} = K_I e(t) \quad (52)$$

Que pode ser reescrita da seguinte maneira, considerando-se as condições iniciais nulas:

$$u(t) = K_I \int_0^t e(t) dt \quad (53)$$

Ou, conforme a seguinte função de transferência:

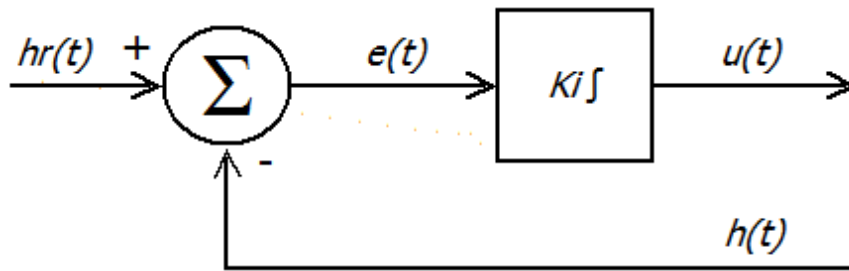
$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_I}{s} \quad (54)$$

Onde:

$K_I$ : Ganho integrativo

Esta ação de controle é comumente denominada de controle de restabelecimento, ou *reset*, e o seu diagrama de blocos pode ser observado na Figura 9.

Figura 9 – Diagrama de blocos do controlador integral



Fonte: Adaptada de OGATA (2007).

#### 2.3.3.4 Ação de Controle Derivativa

No controlador com a ação de controle derivativa, o valor da saída  $u(t)$  varia de acordo com a taxa de variação do sinal de erro  $e(t)$ , conforme a seguinte relação:

$$u(t) = K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (55)$$

Ou, conforme a seguinte função de transferência:

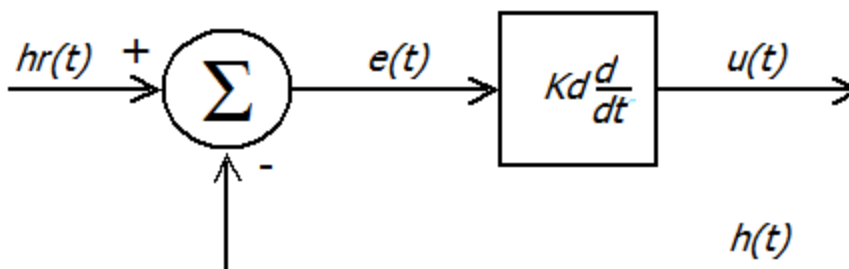
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_D s \quad (56)$$

Onde:

$K_D$ : Ganho derivativo

Esta ação de controle é comumente denominada de controle de taxa e o seu diagrama de blocos pode ser observado na Figura 10.

Figura 10 – Diagrama de blocos do controlador derivativo



Fonte: Adaptada de OGATA (2007).

### 2.3.3.5 Ação de Controle Proporcional Integrativa Derivativa

De acordo com Dorf e Bishop (2001); o controlador Proporcional Integrativo Derivativo é a forma de controlador mais utilizada no controle de processos industriais. Este controlador combina as ações de controle Proporcional, Integral e Derivativa simultaneamente. Este sistema se beneficia das vantagens, dos três controladores mencionados anteriormente, e a relação entre a sua saída  $u(t)$  e o erro  $e(t)$  pode ser anotada conforme a seguinte relação:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (57)$$

Que pode ser reescrita conforme a seguinte equação:

$$u(t) = K_P \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (58)$$

Ou, conforme a seguinte função de transferência:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (59)$$

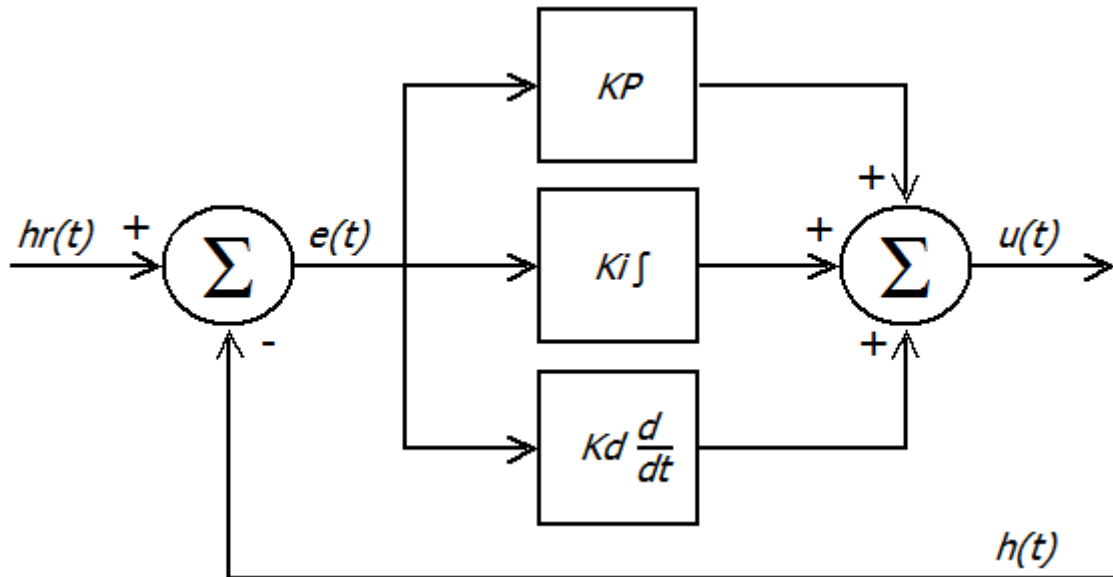
Onde:

$T_I$ : Tempo integrativo  $K_P/K_I$  [s]

$T_D$ : Tempo derivativo  $K_D/K_P$  [s]

Esta ação de controle é também conhecida como controlador de três termos, ou simplesmente PID, e o seu diagrama de blocos pode ser observado na Figura 11.

Figura 11 – Diagrama de blocos do controlador proporcional integrativo derivativo



Fonte: Adaptada de OGATA (2007).

### 2.3.4 Desempenho de Sistemas

Segundo Dorf e Bishop (2001), sistemas dinâmicos podem ser especificados de acordo com os seus comportamentos temporais em regime estacionário e em regime permanente. Além disso, de acordo com Ogata (2007), o comparativo entre estes sistemas pode ser realizado através dos parâmetros de desempenho dos mesmos quando submetidos aos efeitos de sinais de entrada padrão.

#### 2.3.4.1 Sinais de Entrada Padrão

De acordo Lathi (2007), algumas funções tem papel importante no estudo de sinais e sistemas. Os sinais de entrada padrão mais comuns utilizados na área de engenharia de controle são: o impulso unitário, o degrau unitário, a rampa unitária, a parábola e o sinal senoidal.

- *Impulso unitário*

Esta função é definida por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (60)$$

Onde:

$\delta(t)$ : Delta de Dirac, com  $\delta(t) = 0$  para  $t \neq 0$

Como o impulso unitário representa um sinal instantâneo, de área unitária, centrado na origem; a sua aproximação é comumente representada conforme a Figura 12 e de acordo com a seguinte função:

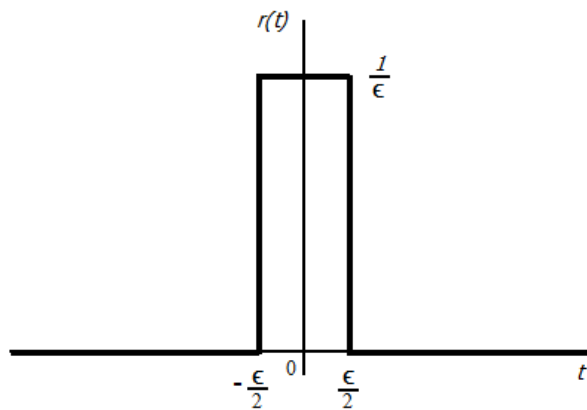
$$r(t) = \begin{cases} \frac{1}{\epsilon}, & -\frac{\epsilon}{2} \leq t \leq \frac{\epsilon}{2}; \\ 0, & t < -\frac{\epsilon}{2} \text{ ou } t > \frac{\epsilon}{2}; \end{cases} \quad (61)$$

Ou, no domínio da frequência:

$$R(s) = \begin{cases} 1, & t = 0; \\ 0, & t \neq 0; \end{cases} \quad (62)$$

A forma da aproximação do impulso unitário pode ser observada na Figura 12.

Figura 12 – Aproximação da função impulso unitário no domínio do tempo



Fonte: Elaborada pelo autor.

- *Degrau unitário*

O degrau unitário é uma função definida por:

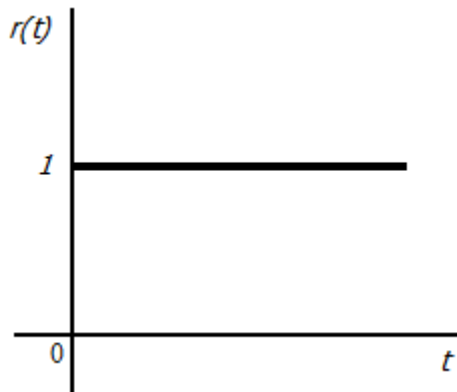
$$r(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0; \end{cases} \quad (63)$$

Ou, no domínio da frequência:

$$R(s) = \begin{cases} \frac{1}{s}, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0; \end{cases} \quad (64)$$

A forma da função degrau unitário pode ser observada na Figura 13.

Figura 13 – Função degrau unitário no domínio do tempo



Fonte: Elaborada pelo autor.

- *Rampa unitária*

Esta função é definida por:

$$r(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0; \end{cases} \quad (65)$$

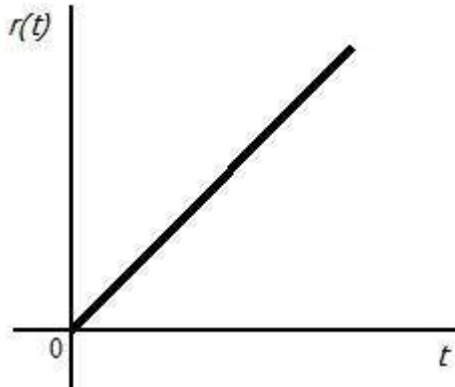
Ou, no domínio da frequência:

$$R(s) = \begin{cases} \frac{1}{s^2}, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0; \end{cases} \quad (66)$$

A forma da função rampa unitária pode ser observada na Figura 14.



Figura 14 – Função rampa unitária no domínio do tempo



Fonte: Elaborada pelo autor.

- *Função parabólica*

A função parabólica é definida por:

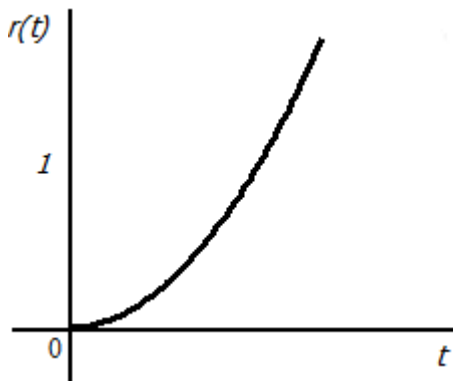
$$r(t) = \begin{cases} t^2, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0; \end{cases} \quad (67)$$

Ou, no domínio da frequência:

$$R(s) = \begin{cases} \frac{2}{s^3}, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0; \end{cases} \quad (68)$$

A forma da função parabólica pode ser observada na Figura 15.

Figura 15 – Função parabólica no domínio do tempo



Fonte: Elaborada pelo autor.

- *Função senoidal*

Esta função é definida por:

$$r(t) = \begin{cases} \text{sen } \omega t, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0; \end{cases} \quad (69)$$

Ou, no domínio da frequência:

$$R(s) = \begin{cases} \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0; \end{cases} \quad (70)$$

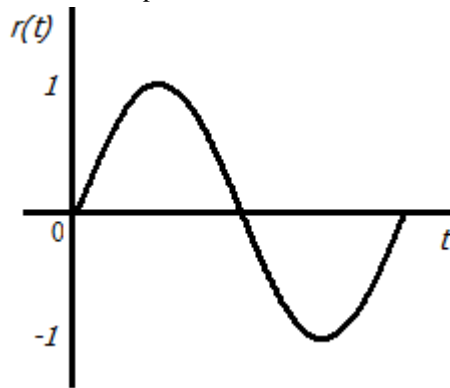
Onde:

$\omega$ : Velocidade angular,  $\omega = 2\pi f$  [rad/s]

$f$ : Frequência de oscilação [Hz]

A forma da função senoidal pode ser observada na Figura 16.

Figura 16 – Função senoidal no domínio do tempo



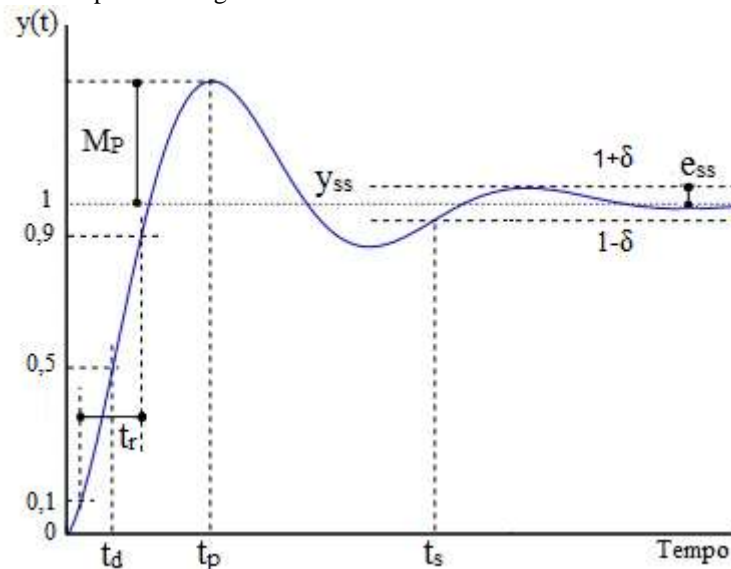
Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 2.3.4.2 Resposta em Regime Transitório

Conforme descrito por Dorf e Bishop (2001), a resposta transitória de um sistema é a parte da resposta que desaparece com o tempo. De fato, com o objetivo de mensurar os principais critérios de desempenho de um sistema de controle, a simulação através da

aplicação de um degrau unitário na entrada da planta define as principais características do controlador conforme pode ser constatado na Figura 17.

Figura 17 – Curva típica de resposta ao degrau unitário



Fonte: Adaptada de DORF e BISHOP (2001).

Onde:

$M_p$ : Máximo sobressinal relativo à diferença entre o valor de pico da saída  $y(t)$  e a referência

$t_d$ : Intervalo de tempo necessário para a saída  $y(t)$  variar de 0 a 50% da referência [s]

$t_r$ : Intervalo de tempo necessário para a saída  $y(t)$  variar de 10 a 90% da referência [s]

$t_p$ : Intervalo de tempo necessário para a saída  $y(t)$  alcançar o seu máximo valor [s]

$t_s$ : Intervalo de tempo necessário para a saída  $y(t)$  se posicionar dentro de uma região de estabilidade em torno da referência (acomodação) [s]

$\delta$ : Critério para definição da região de estabilidade onde, normalmente, são adotados os valores de 2 ou 5 [%]

#### 2.3.4.3 Resposta em Regime Estacionário

Dorf e Bishop (2001) definem que “[...] a resposta em regime estacionário é a parte da resposta que ocorre muito tempo depois da aplicação da entrada.” De acordo com Ogata (2007), o comportamento de um sistema em regime permanente pode ser analisado através da sua capacidade de seguir referências de entrada padronizadas e rejeitar assintoticamente sinais de perturbação com as mesmas características.

A ferramenta matemática utilizada na análise de sistemas em regime estacionário é o Teorema do Valor Final<sup>7</sup> o qual define que o valor da saída do sistema, quando  $t$  tende ao infinito, é definido conforme o seguinte limite:

$$y_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sr(s)T(s) \quad (71)$$

Onde:

$y_{ss}$ : Saída do sistema em regime permanente

$r(s)$ : Entrada aplicada ao sistema

$T(s)$ : Função de transferência entre  $y$  e  $r$

Através do diagrama de blocos disponível na Figura 18, é possível verificar os efeitos causados pela referência  $r(s)$  e pelo distúrbio  $d(s)$ , sobre a saída do sistema  $y(s)$ , em regime permanente. Através do Princípio da Superposição de Sinais<sup>8</sup>, é possível obter estes efeitos conforme as seguintes relações:

$$y(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} r(s) + \frac{G(s)}{1 + G(s)} d(s) \quad (72)$$

Ou seja,

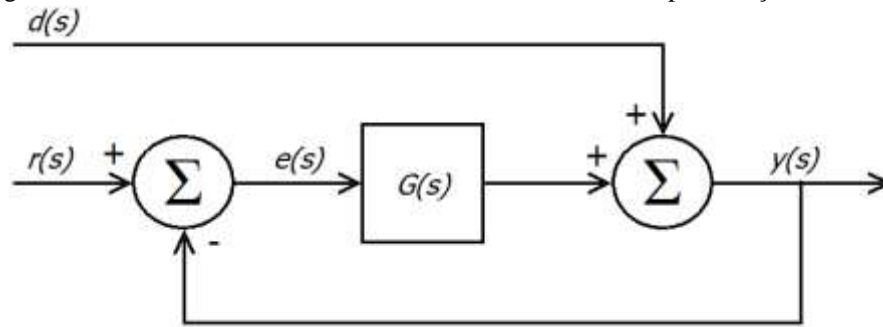
$$y_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G(s)}{1 + G(s)} r(s) + \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G(s)}{1 + G(s)} d(s) \quad (73)$$

---

<sup>7</sup> O Teorema do Valor Final só é válido quando  $T(s)$  e  $r(s)$  não possuem nenhum pólo no semiplano direito do plano complexo (OGATA, 2007).

<sup>8</sup> O Princípio da Superposição de Sinais revela que se várias entradas são aplicadas simultaneamente em um sistema linear, o efeito total devido a todas estas pode ser determinado considerando uma entrada por vez e assumindo que todas as outras sejam iguais a zero (LATHI, 2007).

Figura 18 – Digrama de blocos do sistema de malha fechada com entrada de perturbação



Fonte: Adaptada de OGATA (2007).

Por fim, é possível determinar o erro em regime permanente, conforme a seguinte equação:

$$e_{ss} = r_{ss} - y_{ss} \quad (74)$$

Onde:

$e_{ss}$ : Erro do sistema em regime permanente

$r_{ss}$ : Referência do sistema em regime permanente

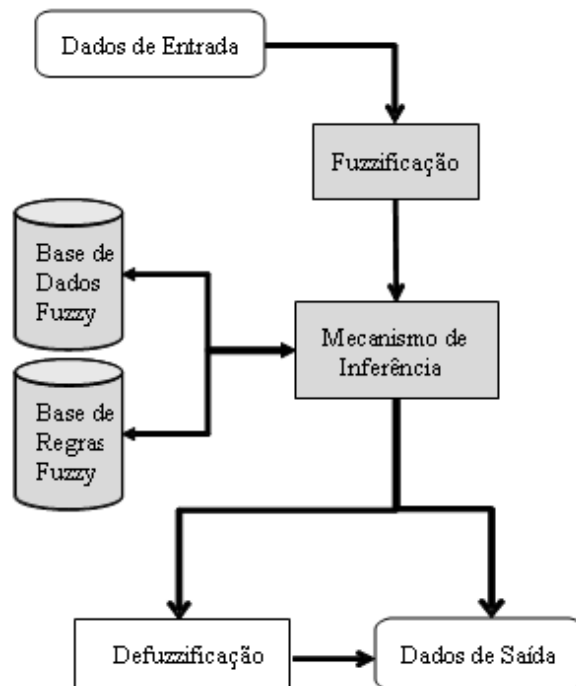
## 2.4 Lógica Fuzzy

Sistemas Fuzzy são baseados nos Conjuntos Fuzzy e na teoria da Lógica Fuzzy proposta por Loft A. Zadeh em 1960 (ZADEH, 1965). Também conhecida como Lógica Difusa ou Lógica Nebulosa, a lógica Fuzzy propõe uma visão diferenciada da lógica tradicional em que determinada situação possui apenas duas alternativas: ou é completamente verdadeiro ou é completamente falso.

Em complemento a esta realidade, na lógica Fuzzy estas premissas podem variar de acordo com o seu grau de verdade levando esta mesma condição a ser parcialmente verdadeira ou parcialmente falsa.

Um sistema de controle Fuzzy é normalmente composto por um conjunto de regras, ou base de regras Fuzzy, uma base de dados Fuzzy e um mecanismo de inferência; conforme mostrado na Figura 19.

Figura 19 – Estrutura típica de um sistema de controle Fuzzy



Fonte: Adaptada de SIMÕES e SHAW (2007).

Os sistemas Fuzzy permitem a análise de um problema de um ponto de vista humano, devido à utilização de variáveis linguísticas, permitindo a transição gradual entre as séries. Assim, os sistemas de controle Fuzzy podem ser modelados para simular a estratégia utilizada por seres humanos para resolver problemas. Dessa forma, sistemas Fuzzy fornecem um método formal para traduzir expressões verbais, vagas, imprecisas e qualitativas, comuns na comunicação humana, em valores numéricos (SIMÕES e SHAW, 2007).

A utilização da lógica Fuzzy pode ser observada na aplicação direta em problemas de engenharia como, por exemplo, no controle de tráfego urbano (TEIXEIRA JUNIOR *et al.*, 2013), no controle de braços robóticos (SHHEIBIA, 2001), no controle de nível líquido em vasos (TEIXEIRA JUNIOR *et al.*, 2013) e na sintonia dinâmica de controladores PID (ZHAO, TOMIZUKA, ISAKA, 1992).

#### 2.4.1 Conjuntos Ordinários

Segundo Kovačić e Bogdan (2006), os Conjuntos Ordinários também podem ser definidos como Conjuntos Clássicos ou Conjuntos *Crisp*. Estes agrupamentos possuem função característica conforme definido a seguir:

$$\mu_S(x) = \begin{cases} 1, & x \in S \\ 0, & x \notin S \end{cases} \quad (75)$$

Onde:

$S$ : Conjunto do domínio  $X \in \mathbb{R}$

$\mu_S(x)$ : Função característica de domínio  $\mu: X \rightarrow \{0,1\}$

A definição supracitada é a mesma que é aplicada durante o julgamento de situações nas quais não há outra alternativa, como opção, a não ser: “*verdadeiro*” ou “*falso*”, “*zero*” ou “*um*”, “*pertence*” ou “*não pertence*”, etc.

#### 2.4.2 Conjuntos Fuzzy

O primeiro conceito acerca da definição dos conjuntos Fuzzy, segundo Amendola *et al.* (2004), está associado com a definição formal define que um subconjunto de um conjunto é um subconjunto Fuzzy se for possível descrevê-lo como um par ordenado de acordo com a seguinte definição:

$$A = \{(x, \mu_F(x)); x \in U / \mu_F(x) \in [0,1]\} \quad (76)$$

Onde:

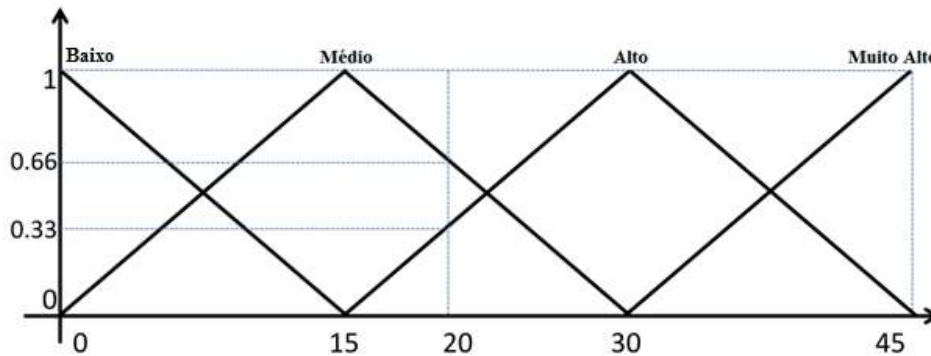
$\mu_F(x)$  é a função de pertinência que determina o grau da variável  $x$ , no contradomínio  $F$ , de forma que:

$$\begin{aligned} \mu_F(x) = 1, & \quad x \text{ pertence completamente ao conjunto } F; \\ 0 < \mu_F(x) < 1, & \quad x \text{ pertence parcialmente ao conjunto } F; \\ \mu_F(x) = 0, & \quad x \text{ não pertence ao conjunto } F. \end{aligned}$$

Por exemplo, ao considerar uma temperatura variável, variando de 0 a 45°C, quando da discretização desta variável em quatro conjuntos: Baixo, Médio, Alto e Muito Alto. Na teoria clássica dos conjuntos, 20°C só pode pertencer ao conjunto Médio ou ao conjunto Alto. De acordo com a Figura 20, quando a variável Temperatura é definida através de conjuntos Fuzzy, utilizando os mesmos valores linguísticos, 20°C pertence aos conjuntos

Fuzzy Médio e Alto simultaneamente, cada um com um grau de pertinência diferente: 0,66 para o Alto e 0,33 para Médio.

Figura 20 – Variável linguística Temperatura variando de 0 a 45°C



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 2.4.3 Funções de Pertinência

De acordo com Kovačić e Bogdan (2006); as Funções de Pertinência determinam o quão uma informação pode ser significativa, ao sistema de controle Fuzzy.

Estas funções são definidas pela nomenclatura  $\mu_F(x)$ ; em que  $F$  é um conjunto do domínio  $X$  e  $\mu_F(x)$  a função de pertinência que assume valores, ou grau de pertinência, para cada  $x \in F$  com  $\mu: X \rightarrow \{0,1\}$ .

Na teoria dos conjuntos Fuzzy, a gama de possíveis valores quantitativos considerados para os conjuntos Fuzzy é chamado Universo de Discursão o qual pode ser contínuo ou discreto.

O universo de discussão discreto é normalmente limitado e contém um número finito de elementos. Um conjunto Fuzzy com universo discreto de discussão é chamado de conjunto Fuzzy discreto e a sua cardinalidade pode ser expressa como:

$$|A| = \sum_{x \in X} \mu_F(x) \quad (77)$$

Onde:

A: Conjunto nebuloso

X: Universo de discussão definido



Por outro lado, tratando-se de um universo de discussão contínuo, a Equação (77) pode ser reescrita conforme a seguir:

$$|A| = \int_X \mu_F(x) \quad (78)$$

Funções de pertinência são utilizadas para realizar a conversão do grau de imprecisão, do domínio de entrada, no intervalo normalizado  $[0, 1]$  onde os valores de limite “0” e “1” se assemelham aos graus de pertinência dos Conjuntos *Crisp*.

A conversão realizada pelas funções de pertinência pode ser alcançada através da sua aplicação por meio de diferentes formas analíticas. Desta forma, os tipos de funções de pertinência mais utilizadas são as Triangulares, Trapezoidais, Gaussianas e a Normal que também é conhecida como Forma de Sino (ZHANG e LIU, 2006).

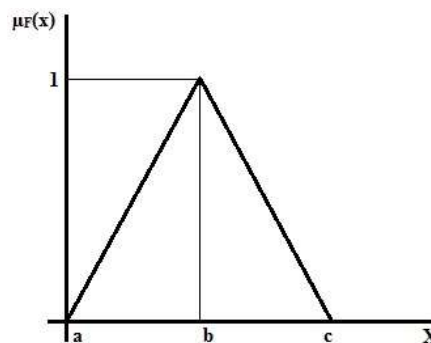
- *Função de Pertinência Triangular*

A função de pertinência triangular é definida por:

$$\mu_F(x) = \begin{cases} 0, & x < a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b; \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c; \\ 0, & x > c; \end{cases} \quad (77)$$

A forma desta função de pertinência pode ser observada na Figura 21.

Figura 21 – Função de pertinência triangular



Fonte: Elaborada pelo autor.

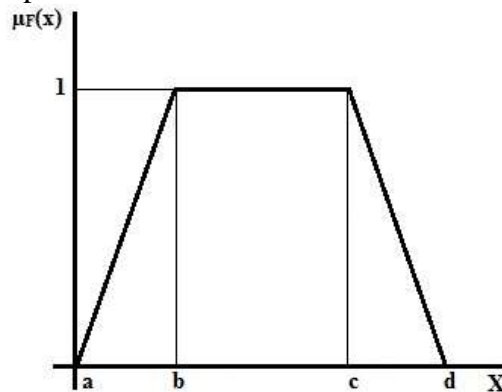
- *Função de Pertinência Trapezoidal*

Esta função de pertinência é definida por:

$$\mu_F(x) = \begin{cases} 0, & x < a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b; \\ 1, & b \leq x < c; \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d; \\ 0, & x > d; \end{cases} \quad (78)$$

A forma da função de pertinência trapezoidal pode ser observada na Figura 22.

Figura 22 – Função de pertinência trapezoidal



Fonte: Elaborada pelo autor.

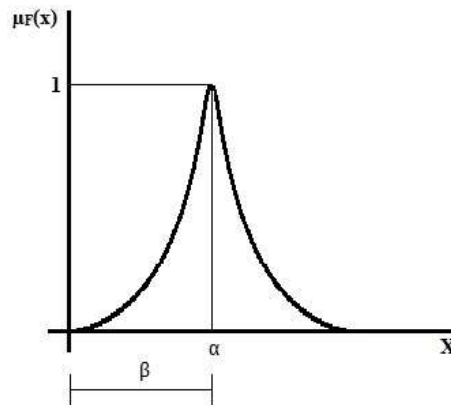
- *Função de Pertinência Gaussiana*

A função de pertinência Gaussiana é definida por:

$$\mu_F(x) = e^{-(x-\alpha)^2/\beta} \quad (79)$$

A forma desta função de pertinência pode ser observada na Figura 23.

Figura 23 – Função de pertinência gaussiana



Fonte: Elaborada pelo autor.

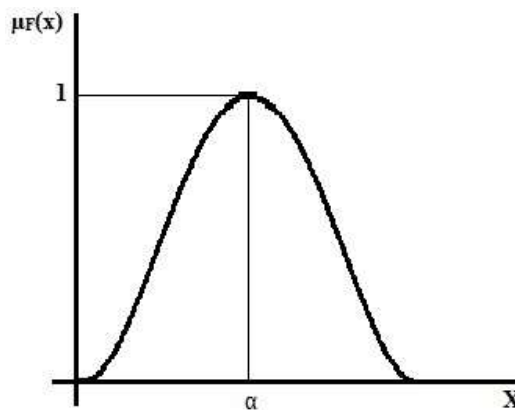
- *Função de Pertinência em Forma de Sino*

Esta função de pertinência é definida por:

$$\mu_F(x) = \frac{1}{1 + (x - \alpha)^2} \quad (80)$$

A forma desta função de pertinência pode ser observada na Figura 24.

Figura 24 – Função de pertinência em forma de sino



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 2.4.4 Variáveis Linguísticas

Na comunicação cotidiana é comum o uso de frases curtas que carregam a mesma quantidade de informação que os seus homólogos mais longos. Neste sentido, as variáveis

linguísticas são utilizadas para definir valores, sem o uso de números, durante a sua aplicação de identificar as entradas e saídas do sistema de controle (KOVAČIĆ e BOGDAN, 2006).

Variáveis linguísticas podem ser aplicadas na estratégia de controle de sistemas através do uso de expressões na forma Se-Então (do inglês *If-Then*). Esta tratativa realiza o relacionamento das variáveis de entrada com as da saída através dos valores que as mesmas podem assumir no universo de discussão.

As variáveis linguísticas podem ser identificadas através de uma quádrupla  $[x, X, T(x), M]$ , onde  $x$  é o nome da variável,  $X$  é o universo de discussão de  $x$ ,  $T(x)$  é um conjunto de nomes para valores de  $X$  e  $M$  é uma função que associa uma função de pertinência a cada valor de  $T(x)$ .

- *Proposição Fuzzy*

A proposição Fuzzy é interpretada como uma atividade que aplica o conhecimento humano através do uso de variáveis linguísticas conforme a seguinte notação:  $P_i^x: x \text{ é } T_i$ , onde  $x \supset X$  e  $T_i$  representa um valor linguístico (KOVAČIĆ e BOGDAN, 2006).

Deste modo, é possível assumir que a Fuzzificação é o processo no qual um valor numérico  $x \in X$  é convertido ao respectivo valor linguístico  $T_i(x)$  por meio da associação do grau de pertinência  $x \rightarrow \mu_{T_i}(x)$ . O grau de pertinência  $\mu_{T_i}(x)$  representa o valor Fuzzy equivalente do valor de entrada  $x$ .

- *Relacionamento Fuzzy*

Considerando  $x \in X$  e  $y \in Y$  duas variáveis linguísticas,  $T_i(x)$  e  $F_j(y)$  seus respectivos conjuntos Fuzzy correspondentes aos valores linguísticos  $T_i$  e  $F_j$ , o relacionamento entre diferentes conjuntos Fuzzy pode ser definido como  $R_{ij}: P_i^x \wp P_j^y$  sendo um relacionamento bidimensional onde  $\wp$  representa um operador (KOVAČIĆ e BOGDAN, 2006).

Deve-se notar que a seleção do operador  $\wp$  influencia diretamente na estrutura do controlador Fuzzy projetado.

Por exemplo, se  $\wp$  for um operador clássico “E” e a relação  $R_{ij}$  tiver apenas conjuntos *Crisp*, apenas com estados verdadeiro ou falso, esta relação só poderia assumir valor verdadeiro somente se ambas as proposições  $P_i^x$  e  $P_j^y$  forem verdadeiras. Por outro lado,

o grau em que a relação difusa é verdadeira depende do operador  $\wp$  e do grau em que cada proposição citada é determinada pelas funções de pertinência  $\mu_{T_i}(x)$  e  $\mu_{F_j}(y)$ .

Isto implica a existência de uma função de pertinência difusa cuja relação pode ser indicada na da seguinte forma:

$$R_{ij} = \left\{ \left[ \mu_{R_{ij}}(x, y), x, y \right] \mid x \in X, y \in Y \right\}, \text{ com} \quad (81)$$

$$\mu_{R_{ij}}(x, y) = \wp \left[ \mu_{T_i}(x), \mu_{F_j}(y) \right] \quad (82)$$

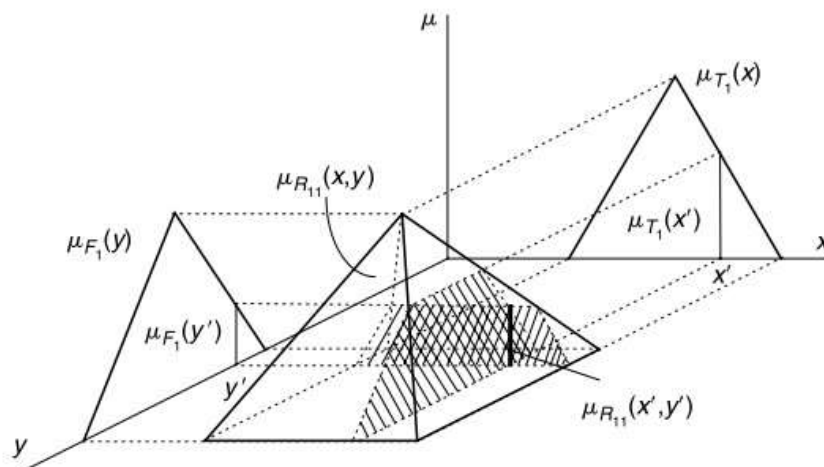
Onde:

$\mu_{R_{ij}}(x, y)$ : Função de pertinência bidimensional de domínio  $[0,1][0,1] \rightarrow [0,1]$

Sendo assim, é possível considerar que as relações difusas bidimensionais são realmente conjuntos Fuzzy bidimensionais e que podem ser representadas graficamente conforme pode ser observado na Figura 25. Nesta figura verifica-se que nas funções selecionadas  $T_i(x) = T_1(x)$  e  $F_j(y) = F_1(y)$ .

Considerando, neste caso, a implicação por meio do modelo *Mandani*, a função de pertinência  $\mu_{R_{ij}}(x, y)$  representa uma superfície e que cria uma pirâmide com base no plano cartesiano.

Figura 25 – Interpretação gráfica do relacionamento Fuzzy bidimensional



Fonte: Adaptada de KOVAČIĆ e BOGDAN (2006).

### 2.4.5 Base de Regras Fuzzy

No que diz respeito à definição do conjunto de regras, assim como a definição dos atributos em termos de conjuntos Fuzzy, ambas as tarefas podem ser realizadas por um especialista no domínio ou por métodos automáticos, quando os dados representativos do problema estão disponíveis (CINTRA *et al.*, 2011, 2012).

De fato, de acordo com Kovačić e Bogdan (2006), a principal vantagem de sistemas Fuzzy consiste na sua capacidade de reproduzir as ações de um operador humano ou de tomar decisões humanoides usando o conhecimento sobre um determinado sistema de controle sem nenhuma informação acerca do seu modelo.

Esta tarefa é alcançada através do uso de regras Fuzzy que constituem a base de regras do seu sistema de controle Fuzzy. Esta base de regras é o componente central do controlador Fuzzy e representa a "inteligência" deste sistema.

A base de regras Fuzzy consiste no lugar onde o conhecimento e a experiência do projetista devem ser corretamente interpretadas e organizadas em um conjunto apropriado de regras.

As regras Fuzzy podem ser descritas conforme a seguinte proposição:  $R_F$ : Se A então B, onde  $R_F$  representa uma regra difusa e A e B são duas relações Fuzzy quaisquer. Conforme apresentado, cada regra Fuzzy pode ser dividida em uma parte antecedente "Se..." e uma conseqüente parte "Então...", com partes antecedentes que descrevem causas e as conseqüentes ações relevantes para a saída de controle. Esta tratativa também permite o mapeamento não linear de entradas e saídas e, portanto, possibilita a criação de funções de controle não lineares, versáteis e estáticas.

A organização de uma base de regras Fuzzy é considerada a etapa mais importante no projeto do controlador difuso. Quando consideradas as etapas restantes deste projeto, é possível admitir que as mesmas se configuram meramente como apenas um serviço necessário à operação da base de regras Fuzzy.

O número de entradas de conjuntos difusos e a forma de suas funções de pertinência, a maneira como elas são distribuídas ao longo do universo do discurso e a escolha do procedimento para o cálculo da saída difusa do controlador têm menos influência sobre o algoritmo de controle Fuzzy, quando comparados com a base de regras.

O tamanho da base de regras Fuzzy depende do número de regras difusas, enquanto o número de regras Fuzzy depende do número de variáveis de entrada e de saída e do número de valores linguísticos associados com cada uma das variáveis.

O número de regras Fuzzy diminuirá se a base de conhecimento sobre controle de processo é incompleto ou se algumas regras Fuzzy sejam ignoradas.

Em geral, a formação de regras Fuzzy deve seguir o bom senso a fim de preservar as características básicas da base de regras como a consistência, a continuidade e a integridade.

- *Consistência da base de regras Fuzzy*

Uma base de regras Fuzzy é consistente se não incluir regras do tipo:

$$R_F^i: \text{Se } R_{pq} \text{ Então } P_m$$

$$R_F^j: \text{Se } R_{pq} \text{ Então } P_n$$

Onde:

$R_F^i$  e  $R_F^j$ : Regras Fuzzy

$R_{pq}$ : Relação Fuzzy entre duas proposições

$P_m$  e  $P_n$ : Proposições Fuzzy

Em outras palavras, não é possível admitir regras que tenham partes antecedentes iguais e, ao mesmo tempo, possuam componentes consequentes diferentes durante o desenvolvimento da base de regras do controlador Fuzzy.

Desta forma, deve-se tomar o cuidado para que regras Fuzzy não se tornem contraditórias através da garantia da adjacência das regras Fuzzy.

- *Adjacência de Regras Fuzzy*

A adjacência de regras Fuzzy está relacionada com as partes antecedentes de uma relação Fuzzy  $R_{pq}$  de um conjunto de regras Fuzzy.

Supondo que a regra Fuzzy  $R_F^i$  admita outra relação Fuzzy antecedente  $R_{pq}: P_p^x$  E  $P_q^y$  por meio de conjuntos Fuzzy associados às proposições  $P_p^x$  e  $P_q^y$  e pelas proposições Fuzzy  $F_p(x)$  e  $T_q(y)$ , respectivamente. Caso exista uma regra Fuzzy  $R_F^j$  que possua uma relação antecedente  $R_{vw}: P_v^x$  E  $P_w^y$  de tal forma que a proposição  $P_v^x$  seja adjacente ao

conjunto Fuzzy  $F_p(x)$  e a proposição  $P_w^y$  seja adjacente ao conjunto Fuzzy  $T_q(y)$ , então as regras Fuzzy  $R_F^i$  e  $R_F^j$  são ditas adjacentes.

Sob o ponto de vista bidimensional, a adjacência de regras Fuzzy pode ser constatada por meio de um conjunto de relações Fuzzy antecedentes bidimensionais as quais cobrem todo o universo de discussão (KOVAČIĆ e BOGDAN, 2006).

- *Continuidade da Base de Regras Fuzzy*

No que diz respeito à definição da continuidade da base de regras Fuzzy; os efeitos provenientes das suas consequentes proposições, mediante duas relações Fuzzy adjacentes quaisquer, devem:

- a) Estar relacionadas com conjuntos Fuzzy adjacentes. Ou,
- b) Ser idênticas.

A continuidade da base de regras Fuzzy irá proporcionar a continuidade na saída do controlador, por ser uma característica desejável em todas as aplicações de controle de sistemas (KOVAČIĆ e BOGDAN, 2006).

- *Integralidade da Base de Regras Fuzzy*

A integralidade da base de regras Fuzzy é mantida se para cada relação,  $R_n: P_i^x \wp P_j^y \wp P_k^z \wp \dots P_n^m$ , de variáveis linguísticas de entrada que pode ser criada, se existir uma regra Fuzzy com relação  $R_n$  como uma parte antecedente.

Na prática, a integralidade de uma base de regras Fuzzy é raramente alcançada e, para alguns problemas de controle, apenas algumas regras podem ser suficientes para proporcionar uma saída de controle de qualidade. Enquanto em outros casos, certas combinações de valores linguísticos de entrada do controlador simplesmente não fazem sentido ou não podem ocorrer.

Caso ocorra a falta de integralidade na base de regras Fuzzy, esta será o reflexo da falta de conhecimento do operador sobre o controle do processo.

Além das proposições e relações Fuzzy, a base de regras também pode funções e expressões que determinam explicitamente a dependência de entradas e saídas do controlador. Este tipo de controlador é muitas vezes referido como um controlador Fuzzy Takagi-Sugeno (KOVAČIĆ e BOGDAN, 2006).



### 2.4.6 Implicação Fuzzy

O mecanismo de inferência é responsável por processar os valores de entrada a fim de gerar a saída a partir de conjuntos Fuzzy adjacentes. De acordo com Klir e Yuan, (1995) o modelo *Mamdani* é geralmente utilizado para a classificação de saídas discretas, enquanto o modelo de *Takagi-Sugeno-Kang* é usado para saídas contínuas. Entretanto, existem outros modelos de implicação que podem ser utilizados em sistemas Fuzzy como, por exemplo, os modelos *Larsen* e *Tsukamoto*.

Vale ressaltar que os modelos *Mamdani* e *Larsen* realizam a implicação Fuzzy através do processo de classificação e disponibilizam valores contínuos à saída por meio de um processo de defuzzificação, enquanto os modelos *Takagi-Sugeno-Kang* e *Tsukamoto* o fazem por meio de interpolação e permitem que a saída seja contínua de maneira direta (SANDRI e CORREA, 1999).

#### 2.4.6.1 Modelo Mamdani

Segundo Nguyen *et al.* (2003), o modelo *Mamdani* é definido conforme a seguinte combinação de regras Fuzzy:

$$R(x, y) = \bigvee_{i=1}^n [A_i(x) \wedge B_i(y)] \quad (83)$$

Onde:

$\vee$ : Operador “Ou”

$\wedge$ : Operador “E” que pode interpretado como mínimo

Para cada k-upla  $x = x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ , obtém-se o seguinte conjunto de regras Fuzzy  $R_x$ :

$$R_{i,x}(y) = \bigvee_{i=1}^n [A_i(x) \wedge B_i(y)] \quad (84)$$

Que, por meio da expansão desse conjunto de regras  $R_i$ : Se  $A_{i1}$  e  $A_{i2}$  e  $A_{i3}$  e ...

$A_{ik}$  então  $B_i$ , com  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ; pode ser reescrita como:

$$R_x(y) = R(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k, y) = \bigvee_{i=1}^n [A_i(x) \wedge B_i(y)] \quad (85)$$

ou,

$$R_x(y) = \bigvee_{i=1}^n [A_{i1}(x_1) \wedge A_{i2}(x_2) \wedge A_{i3}(x_3) \wedge \dots \wedge A_{ik}(x_k) \wedge B_i(y)] \quad (86)$$

Onde:

$\bigvee_{i=1}^n A_i(x)$ : Força do conjunto de regras  $R_i$

$R_{i,x}(y)$ : Saída de controle do conjunto de regras  $R_i$

$R_x(y)$ : Saída de controle agregada

#### 2.4.6.2 Modelo Larsen

De forma semelhante ao modelo *Mandani*, o modelo *Larsen* pode ser definido de acordo com a seguinte combinação de regras Fuzzy:

$$R(x, y) = \bigvee_{i=1}^n [A_i(x) \cdot B_i(y)] \quad (87)$$

Onde:

$\vee$ : Operador “Ou”

$\cdot$ : Operador de multiplicação

Para cada k-upla  $x = x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ , obtém-se o seguinte conjunto de regras Fuzzy  $R_x$ :

$$R_{i,x}(y) = \bigvee_{i=1}^n [A_i(x) \cdot B_i(y)] \quad (88)$$

Que, por meio da expansão desse conjunto de regras  $R_i$ : Se  $A_{i1}$  e  $A_{i2}$  e  $A_{i3}$  e ...  $A_{ik}$  então  $B_i$ , com  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ; pode ser reescrita como:

$$R_x(y) = R(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k, y) = \bigvee_{i=1}^n [A_i(x) \cdot B_i(y)] \quad (89)$$

ou,

$$R_x(y) = \bigvee_{i=1}^n [A_{i1}(x_1) \wedge A_{i2}(x_2) \wedge A_{i3}(x_3) \wedge \dots \wedge A_{ik}(x_k) \cdot B_i(y)] \quad (90)$$

Vale observar que, neste caso, é feita a combinação dos valores assumidos pelos conjuntos de regras ativas por meio da operação de multiplicação que ao contrário do modelo *Mandani* utiliza apenas as combinações de menor amplitude durante esta tarefa.

#### 2.4.6.3 Modelo Takagi-Sugeno-Kang (TSK)

Ainda de acordo com Nguyen *et al.* (2003), o modelo TSK é definido conforme o seguinte formato de regras Fuzzy:  $R_i$ : Se  $x_1$  é  $A_{i1}$  e  $x_2$  é  $A_{i2}$   $x_3$  é  $A_{i3}$  e ...  $x_k$  é  $A_{ik}$  então  $f_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)$ , com  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ; ou como: Se  $R_i$ : Se  $x_i$  é  $A_i$  então  $f_i(x_i)$ , com  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  e  $A_i = \bigwedge_{j=1}^k A_{ij}$ .

Onde:

$f_i$ : Função matemática

$x_i$ : Variável de domínio real

As combinações das regras supracitadas resultam na formação da seguinte equação:

$$R(x) = \frac{A_1(x)f_1(x) + A_2(x)f_2(x) + A_3(x)f_3(x) + \dots + A_n(x)f_n(x)}{A_1(x) + A_2(x) + A_3(x) + \dots + A_n(x)} \quad (91)$$

Através da Equação (91), é possível observar que este modelo produz uma saída cujos valores assumidos são reais.

#### 2.4.6.4 Modelo Tsukamoto

O modelo *Tsukamoto* é definido de acordo com o seguinte conjunto de regras: “Se  $x$  é  $A_i$  então  $y$  é  $C_i$ ”; com  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Considerando que todas  $C_i$  funções sejam monotônicas<sup>9</sup>, o este modelo produz a seguinte função:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n C_i^{-1} A_i(x)}{\sum_{i=1}^n A_i(x)} \quad (92)$$

Onde:

$C_i$ : Funções matemáticas

$A_i$ : Argumento de comparação

$y$ : Saída do sistema de controle Fuzzy

Conforme pode ser observado na Equação (92), a exigência da monotonicidade das  $C_i$  funções é requerida de forma que seja possível realizar o cálculo das suas respectivas funções inversas  $C_i^{-1}$ .

De maneira idêntica ao modelo TSK, o modelo *Tsukamoto* também produz uma saída cujos valores de saída são reais.

#### 2.4.7 Defuzzificação

Diante de problemas de classificação, a saída de um sistema de controle Fuzzy é uma classe discreta enquanto para os sistemas de controle a saída é normalmente um valor contínuo fazendo com que, desta forma, seja necessária a defuzzificação dessa classe. A defuzzificação é um passo opcional na estrutura do sistema Fuzzy a fim de se obter uma saída contínua.

---

<sup>9</sup> Funções monotônicas são aquelas que apresentam características estritamente crescentes ou estritamente decrescentes (NGUYEN *et al.*, 2003).

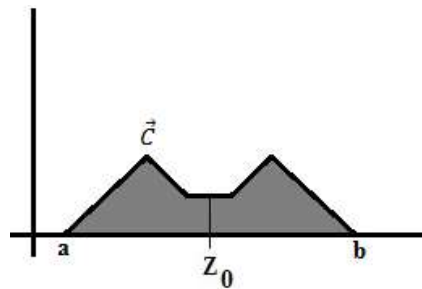
A defuzzificação de um sistema de controle Fuzzy pode ser realizada principalmente através dos métodos do Primeiro Máximo, da Média dos Máximos e do Centro de Área (SANDRI e CORREA, 1999).

#### 2.4.7.1 Centro de Área

Segundo Nguyen *et al.* (2003), este método de defuzzificação também é conhecido por Centro de Gravidade ou apenas Centroide.

Seu princípio se baseia na computação do centro da área da região sob uma curva  $\vec{C}$  definida por um conjunto Fuzzy de acordo com o seu intervalo, conforme pode ser observado na Figura 26.

Figura 26 – Saída defuzzificada pelo método do centro de gravidade



Fonte: Adaptada de NGUYEN *et al.* (2003).

Se o conjunto Fuzzy em questão for integrável, então o seu valor defuzzificado é dado por:

$$z_0 = \frac{\int_a^b z \vec{C}(z) dz}{\int_a^b \vec{C}(z) dz} \quad (93)$$

Onde:

$\vec{C}$ : Curva definida por um conjunto Fuzzy

$[a, b]$ : Intervalo de domínio de  $\vec{C}$

$z_0$ : Saída defuzzificada do sistema de controle

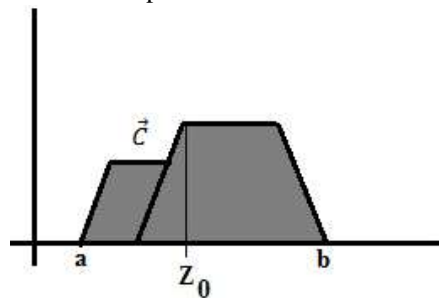
Caso o intervalo de domínio de  $\vec{C}$  seja finito, a Equação (93) pode ser estabelecida da seguinte forma para sistemas discretos:

$$z_0 = \frac{\sum_{j=1}^n z_j \vec{C}(z_j)}{\sum_{j=1}^n \vec{C}(z_j)} \quad (94)$$

#### 2.4.7.2 Primeiro Máximo

Este método de defuzzificação realiza a busca do primeiro ponto dentre os valores que tem o maior grau de pertinência inferido pelas regras ativas (NGUYEN *et al.*, 2003), conforme apresentado na Figura 27.

Figura 27 – Saída defuzzificada pelo método do primeiro máximo

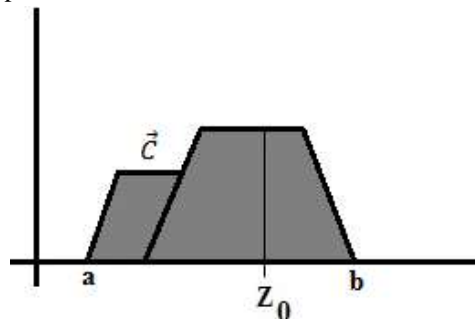


Fonte: Adaptada de NGUYEN *et al.* (2003).

#### 2.4.7.3 Média dos Máximos

De forma semelhante ao método anterior, a técnica da média dos máximos realiza a busca do ponto médio dentre os valores que tem o maior grau de pertinência inferido pelas regras ativas (NGUYEN *et al.*, 2003), conforme apresentado na Figura 28.

Figura 28 – Saída defuzzificada pelo método da média dos máximos



Fonte: Adaptada de NGUYEN *et al.* (2003).

### 2.4.8 Controladores Fuzzy PID

Conforme descrito por Kovačić e Bogdan (2006); não importa o quão complicado pode parecer o controle de uma planta, pois a maior parte das aplicações de controle em malha fechada encontradas em sistemas industriais utilizam controladores Proporcional (P), Proporcional Integrativo (PI), Proporcional Derivativo (PD) ou Proporcional Integrativo Derivativo (PID).

Entretanto, se um destes controladores for aplicado a uma planta não linear, o desempenho do sistema irá variar de acordo com as variações do objeto controlado. Além disso, a utilização de controladores lineares possibilitará respostas diferentes em sistemas não lineares.

Sob este ponto de vista, diferentes estratégias de controle foram desenvolvidas com o objetivo de eliminar as desvantagens apresentadas pelos controladores PID lineares. Estas técnicas realizam a conversão de controladores lineares em controladores Fuzzy PI, PD, PI+D, PD+I ou PI+PD; considerando sempre que estes sistemas são BIBO<sup>10</sup> estáveis.

Considerando que os limites de variação das entradas e saídas do sistema que será controlado sejam conhecidos; os controladores Fuzzy supracitados podem simular o funcionamento de controladores PID convencionais e podem ser desenvolvidos a partir das Equações (57) e (58).

#### 2.4.8.1 Fuzzy PID Variante A

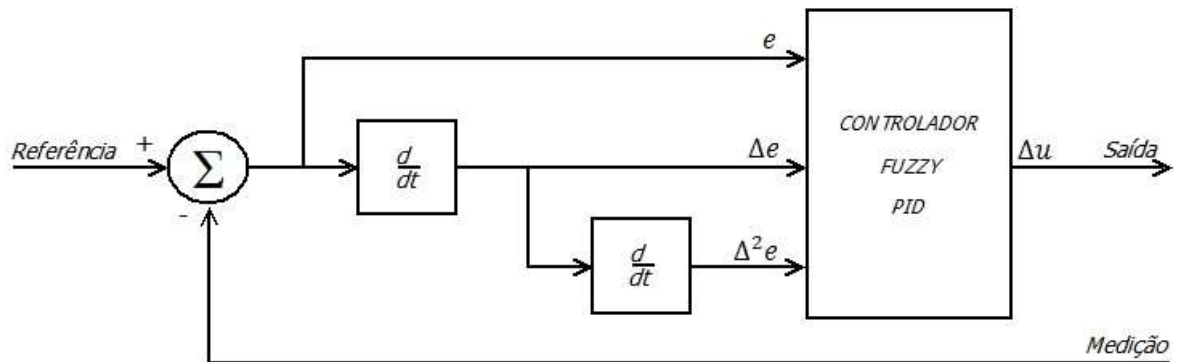
Segundo Kovačić e Bogdan (2006), a primeira variação do controlador Fuzzy PID refere-se a um sistema de controle que possui três entradas: “ $e$ ”, “ $\Delta e$ ” e “ $\Delta^2 e$ ” e uma saída de controle “ $\Delta u$ ”. Onde “ $e$ ” representa o erro do sistema, “ $\Delta e$ ” a primeira derivada do erro do sistema e “ $\Delta^2 e$ ” a segunda derivada do erro do sistema e “ $\Delta u$ ” a primeira derivada da saída do sistema de controle.

Este controlador é normalmente projetado a partir de um sistema de controle Fuzzy de três entradas e uma saída, conforme disposto na Figura 29.

---

<sup>10</sup> Do inglês *Bounded Input / Bounded Output*. Refere-se à estabilidade de um sistema dinâmico no qual a saída permanece limitada em resposta a uma excitação de entrada também limitada (DORF e BISHOP, 2001).

Figura 29 – Variante A do controlador Fuzzy PID



Fonte: Adaptada de KOVAČIĆ e BOGDAN (2006).

Supondo que este controlador tenha cinco conjuntos Fuzzy relacionados com cada uma de suas entradas, serão necessárias 125 regras Fuzzy para formação da sua base de regras, conforme a combinação das entradas com o número de regras do controlador.

#### 2.4.8.2 Fuzzy PID Variante B

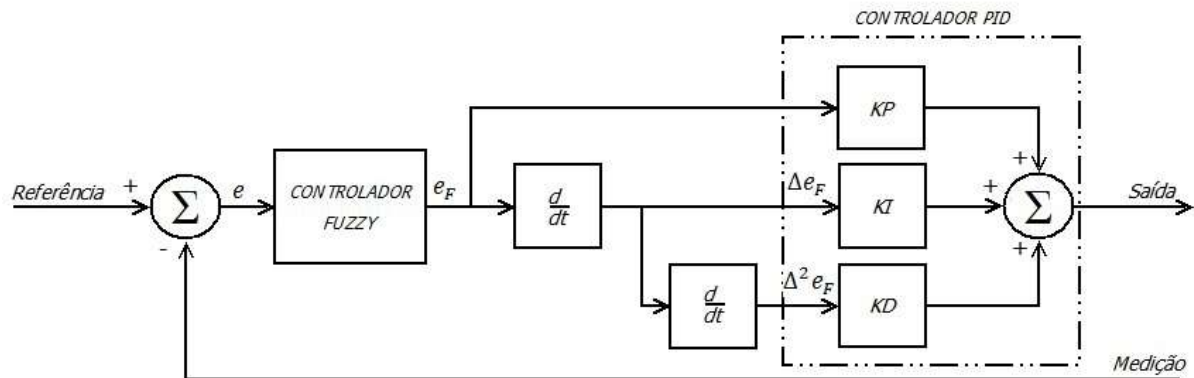
A variante B do controlador Fuzzy PID é composta de um controlador PID linear e um controlador Fuzzy SISO<sup>11</sup> de apenas uma entrada: “ $e$ ” e uma saída: “ $e_F$ ”. Onde “ $e$ ” representa o erro do sistema e “ $e_F$ ” a saída de controle Fuzzy (KOVAČIĆ e BOGDAN, 2006).

Este controlador é normalmente projetado a partir de um sistema de controle Fuzzy de uma entrada e uma saída, conforme disposto na Figura 30.

<sup>11</sup> Do inglês *Single Input / Single Output*. Refere-se aos sistemas que possuem apenas uma entrada e uma saída (DORF e BISHOP, 2001).



Figura 30 – Variante B do controlador Fuzzy PID



Fonte: Adaptada de KOVAČIĆ e BOGDAN (2006).

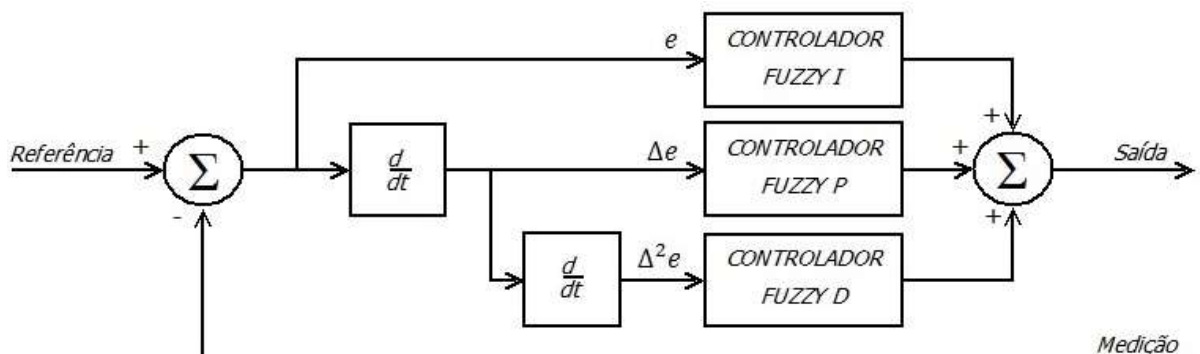
Considerando que este controlador tenha cinco conjuntos Fuzzy relacionados com a sua entrada, serão necessárias apenas 5 regras Fuzzy para formação da sua base de regras, conforme a quantidade de regras do controlador.

#### 2.4.8.3 Fuzzy PID Variante C

Esta variante do controlador Fuzzy PID é composta da combinação das ações de controle de três controladores Fuzzy distintos: Fuzzy I, Fuzzy P e Fuzzy D (KOVAČIĆ e BOGDAN, 2006).

A estrutura deste controlador realiza o somatório das ações dos controladores Fuzzy conforme pode ser verificado na Figura 31.

Figura 31 – Variante C do controlador Fuzzy PID



Fonte: Adaptada de KOVAČIĆ e BOGDAN (2006).

Supondo que este controlador tenha cinco conjuntos Fuzzy relacionados com cada uma de suas entradas, serão necessárias 15 regras Fuzzy para formação da sua base de regras, conforme o somatório das regras de cada controlador.

## 2.5 Trabalhos Relacionados

Nesta seção serão abordados os principais trabalhos acadêmicos relacionados diretamente com a aplicação de lógica Fuzzy no desenvolvimento e sintonia controladores PID.

Conforme pode ser observado na publicação de Xu, Hang e Liu (2000), esforços são aplicados no desenvolvimento e sintonia de controladores PID através lógica Fuzzy de estrutura paralela. Este sistema foi identificado como controlador Fuzzy PI+PD e que a sua modelagem matemática foi desenvolva a partir das margens de fase e de ganho de um sistema composto por dois tanques acoplados. Uma aproximação muito semelhante também pode ser observada na publicação de Jantzen (1999). Nesta publicação observa-se o desenvolvimento de um controlador Fuzzy PD+I a partir da sintonia de uma planta de ordem superior pelo critério de Ziegler-Nichols. Posteriormente, Vaishnav e Khan (2007) desenvolveram um trabalho, semelhante aos anteriores, utilizando uma estrutura reduzida de regras no controlador Fuzzy.

Comparações entre os controladores PID convencional e Fuzzy podem ser verificadas na publicação de Natsheh e Buragga (2010). Neste trabalho é possível verificar que foi utilizado um motor CC como plataforma de testes dos controladores cujos resultados obtidos foram relevantes ao favorecimento do sistema Fuzzy. No trabalho desenvolvido por Lin-ke *et al.* (2011) o controlador PID Fuzzy foi aplicado no controle de um sistema eletro-hidráulico regulado pelo posicionamento do eixo de um motor CC. Mais uma vez, o sistema Fuzzy foi posto à prova durante o comparativo com o respectivo controlador PID convencional da planta. Através dos resultados obtidos, verificou-se que o controlador Fuzzy foi capaz de resolver o conflito entre a estabilidade e a rápida resposta do sistema.

Diante deste panorama, será abordado no Capítulo 3 o sistema de controle Fuzzy PD+I que será utilizado neste trabalho.

### 3 SISTEMA DE CONTROLE FUZZY PD+I

Neste capítulo é realizada a descrição completa do sistema de controle Fuzzy PD+I que será aplicado ao controle de nível de uma planta manipulada através de um motor CC controlado pela tensão de campo.

#### 3.1 Caracterização do Problema

O problema consiste na avaliação do desempenho de dois controladores diferentes: PID convencional e Fuzzy PD+I, durante a aplicação dos mesmos no controle do mesmo processo ou planta.

Tendo em vista a falta de ferramentas de programação, gratuitas ou de código aberto, para uso da lógica Fuzzy em sistemas de automação e controle (LEGASPE, 2012); optou-se pela realização deste trabalho utilizando o software MATLAB<sup>®</sup> 7.12.0 (R2011a) cuja licença é de propriedade da UFERSA.

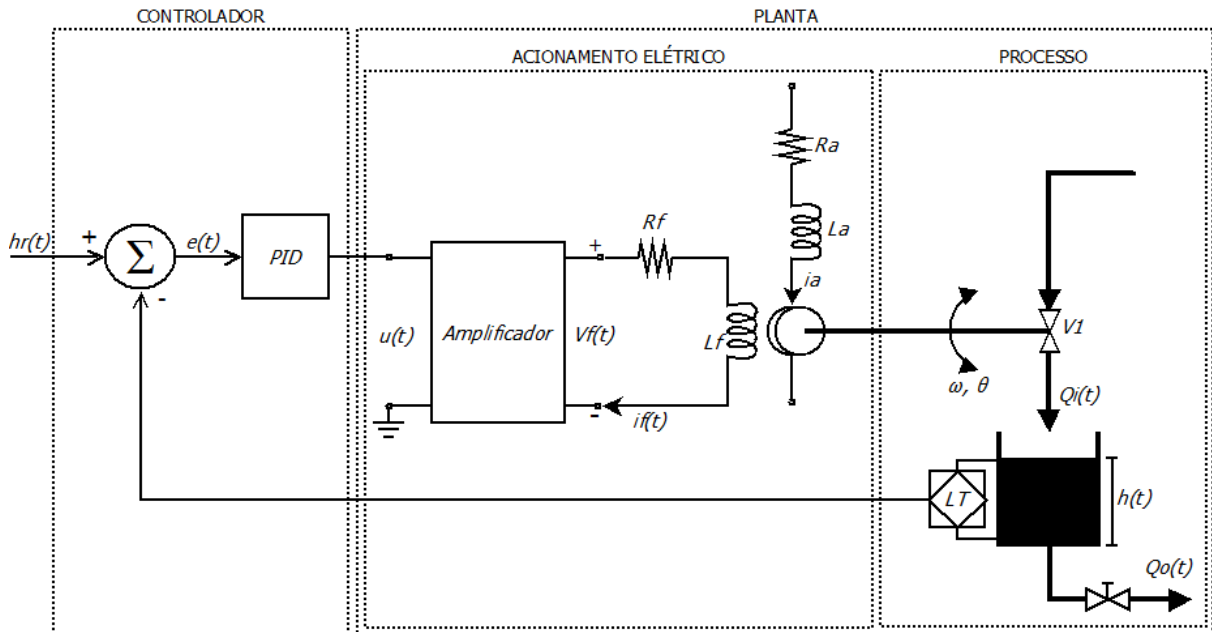
Toda modelagem foi conduzida considerando que as condições iniciais do sistema são nulas. Além disso, neste trabalho foram feitas as seguintes considerações: pequenos efeitos que não causam modificações significativas ao sistema macro foram desprezados; o ambiente em torno do sistema não o afeta e as características distribuídas foram consideradas concentradas (GARCIA, 2009). Ainda com este objetivo, também foram ignorados os efeitos relacionados com os distúrbios provocados por agentes externos e com ruídos provenientes da malha de realimentação da medição de nível.

Desta maneira, através do programa supracitado, foi realizada a modelagem de um sistema cuja operação depende do ajuste do nível de um reservatório composto de um conjunto formado por um módulo de controle, um sistema atuador<sup>12</sup> acionado por motor CC, uma válvula de controle linear para admissão de fluído e um reservatório submetido à pressão atmosférica; conforme demonstrado na Figura 32.

---

<sup>12</sup> Atuadores são dispositivos que fornecem potência motriz ao processo (DORF E BISHOP, 2001).

Figura 32 – Sistema de controle de nível



Fonte: Elaborada pelo autor.

O funcionamento da referida planta baseia-se na condição de equilíbrio do balanço de massa o qual considera que a vazão de entrada  $Q_i(t)$  e a vazão de saída  $Q_o(t)$  possuem a mesma magnitude, para alcançar a estabilidade no nível do reservatório.

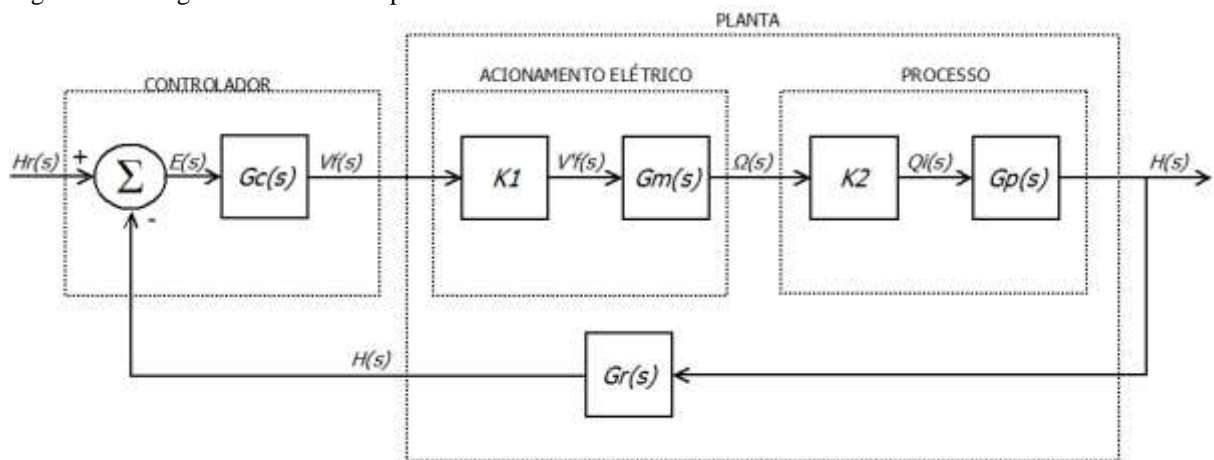
Sendo assim, é possível realizar o controle do nível do tanque  $h(t)$  através da variação angular  $\theta(t)$  da abertura da válvula  $V_1$  que controla admissão de fluido no tanque. Esta variação é realizada através do acoplamento mecânico do eixo da válvula com o eixo do motor CC. Conforme pode ser constatado na Figura 32, o motor CC é controlado pelo circuito de campo, mantendo-se o circuito da armadura com alimentação constante independente do módulo amplificador. Os controladores PID propostos neste trabalho serão responsáveis pela geração do sinal de controle  $u(t)$  que será disponibilizado ao acionamento elétrico do motor.

Para efeitos práticos, considerar-se-á que a válvula de descarga do mesmo vaso estará restringida de modo a permitir um regime de escoamento constante na saída do tanque para que o controle do nível seja feito apenas em função da vazão de entrada do mesmo.

O diagrama de blocos da planta é mostrado na Figura 33. Neste diagrama é possível observar que o sistema realiza a comparação do nível requerido pelo usuário  $H_r(s)$  com o nível atual do reservatório  $H(s)$  para geração do sinal de erro  $E(s)$  que irá guiar a ação do controlador  $G_c(s)$ . Ao longo do desenvolvimento deste trabalho, foram aplicados dois controladores na regulação da planta: um controlador PID sintonizado através do MATLAB<sup>®</sup> e um controlador Fuzzy PD+I. Ambos controladores funcionam modulando a tensão que será aplicada ao circuito de campo de motor CC  $V_f(s)$ . Entretanto, como os níveis de tensão na

saída do sistema de controle podem não ser compatíveis com as especificações dos motores de mercado, normalmente é utilizado um estágio de potência  $K_1$  que também pode ser identificado como um amplificador de sinal, para realizar o acoplamento com a máquina elétrica. O amplificador supre a tensão elétrica  $V_f(s)$  ao motor elétrico  $G_m(s)$  que converterá a energia elétrica em movimento angular  $\Omega(s)$ . A válvula  $K_2$ , do ponto de vista teórico, realiza o controle do nível do tanque  $H(s)$  através da vazão obtida  $Q_i(s)$  durante a variação da sua abertura.

Figura 33 – Diagrama de blocos da planta de testes



Fonte: Elaborada pelo autor.

Considerando que este sistema seja linear, invariante no tempo e que a malha de realimentação seja unitária; através das funções de transferência do motor CC e do sistema reservatório, apresentados nas seções 2.1.2 e 2.2.2 deste trabalho, é possível obter a seguinte função de transferência de malha aberta  $G_{MA}$ :

$$G_{MA} = K_1 K_2 G_m G_p = \left[ \frac{0,08/C'}{(s + 1/R'C')} \right] \left[ \frac{K_m/JL_f}{s(s + B/J)(s + R_f/L_f)} \right] \quad (95)$$

ou,

$$G_{MA} = \left[ \frac{0,08 K_m/JL_f C'}{s(s + B/J)(s + R_f/L_f)(s + 1/R'C')} \right] \quad (96)$$

Substituindo os parâmetros constantes na Tabela 1 na Equação (48), pode-se obter a seguinte função de transferência de malha aberta resultante:

$$G_{MA} = \frac{4444,44}{s(s + 10)(s + 1000)(s + 100)} \quad (97)$$

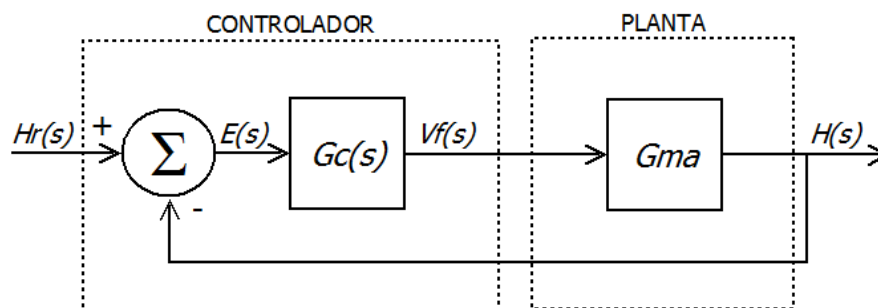
Tabela 1 – Parâmetros da planta de teste

Parâmetro	Valor	Unidade
Constante do motor $K_m$	0,050	N.m/A
Momento de inércia no eixo do motor $J$	0,006	N.m.s <sup>2</sup> /rad
Indutância do circuito de campo do motor $L_f$	0,015	H
Capacitância do tanque $C'$	0,010	m <sup>3</sup> /m
Constante de tempo do circuito de campo do motor $L_f/R_f$	0,001	s
Constante de tempo do rotor do motor $J/B$	0,100	s
Constante de tempo do tanque $1/R'C'$	100,0	s

Fonte: Adaptada de DORF e BISHOP (2001).

Por fim, na Figura 34 é possível verificar a estrutura final do diagrama de blocos da planta estudada nesta pesquisa.

Figura 34 – Diagrama de blocos equivalente da planta de testes



Fonte: Elaborada pelo autor.

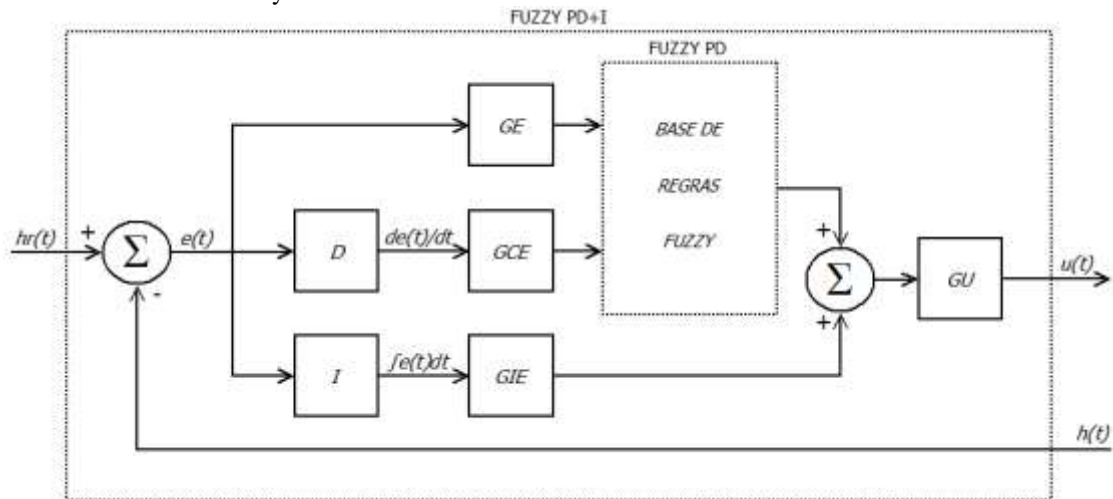
Ainda com relação à Figura 34, conforme a proposta de trabalho, o bloco  $G_C(s)$  será substituído por um controlador PID sintonizado pelo MATLAB® e pelo controlador Fuzzy PD+I projetado a seguir.

### 3.2 Controlador Fuzzy PD+I

Conforme descrito na seção 2.4.8, existem três variantes de controladores PID que podem ser desenvolvidos através de Lógica Fuzzy. Neste trabalho foi adotado o controlador Fuzzy Tipo C com a manipulação separada do termo integrativo, conforme pode ser

verificado na Figura 35. Esta separação é necessária para minimizar os efeitos causados pelo acúmulo do erro no sistema de inferência integrativo do controlador Fuzzy (JANTZEN, 1999, p. 11).

Figura 35 – Controlador Fuzzy PD+I



Fonte: Adaptada de JANTZEN (1999).

Na figura supracitada, verifica-se que o sinal de erro  $e(t)$  é calculado através da diferença entre o ponto de operação da planta e o seu respectivo valor atual de nível, conforme a equação a seguir:

$$e(t) = h_r(t) - h(t) \quad (98)$$

O controlador proporciona à planta uma saída de controle  $u(t)$  composta pela superposição das ações Proporcional, Integrativa ( $I$ ) e Derivativa ( $D$ ) sobre o erro calculado  $e(t)$ , conforme a equação a seguir:

$$u(t) = \left[ f \left( GEE(t), GCE \frac{de(t)}{dt} \right) + GIE \int e(t) dt \right] GU \quad (99)$$

Através de linearização, a função acima pode ser aproximada conforme a seguinte equação:

$$u(t) = \left[ GE \cdot e(t) + GCE \frac{de(t)}{dt} + GIE \int e(t) dt \right] GU \quad (100)$$

ou,

$$u(t) = GE \cdot GU \left[ e(t) + \frac{GCE}{GE} \cdot \frac{de(t)}{dt} + \frac{GIE}{GE} \int e(t)dt \right] \quad (101)$$

Onde:

$GE$ : Ganho proporcional do controlador Fuzzy PD+I

$GCE$ : Ganho derivativo do controlador Fuzzy PD+I

$GIE$ : Ganho integrativo do controlador Fuzzy PD+I

$GU$ : Ganho absoluto do controlador Fuzzy PD+I

É importante ressaltar que esta técnica se baseia em valores conhecidos de ganho  $K_p$ ,  $T_i$  e  $T_d$  provenientes do controlador PID projetado para a planta. Estes valores foram obtidos através da ferramenta *PID Tuner*, do MATLAB<sup>®</sup>, pelo fato da mesma apresentar resultados satisfatórios para efeitos comparativos.

Na sintonia do controlador Fuzzy PD+I, foram utilizados os ganhos, do controlador PID, calculados para a função de transferência definida pela Equação (49), conforme pode ser observado na Tabela 2:

Tabela 2 – Ganhos para sintonia do controlador PID

Ganho do controlador PID	Valor	Unidade
Proporcional $K_p$	5095,2303	-
Integrativo $T_i$	1,0112573	s
Derivativo $T_d$	0,0816892	s

Fonte: Elaborada pelo autor.

Conforme foi proposto por Jantzen (1999); admitindo inicialmente que o ganho proporcional do controlador Fuzzy PD+I  $GE$  seja igual a 100,0, é possível calcular os demais ganhos deste controlador conforme a seguir:

$$GIE = GE/T_i \quad (102)$$

$$GCE = GE \cdot T_d \quad (103)$$



$$GU = K_p/GE \quad (104)$$

Desta forma, o controlador Fuzzy PD+I será sintonizado conforme os ajustes dispostos na Tabela 3.

Tabela 3 – Ganhos para sintonia do controlador Fuzzy PD+I

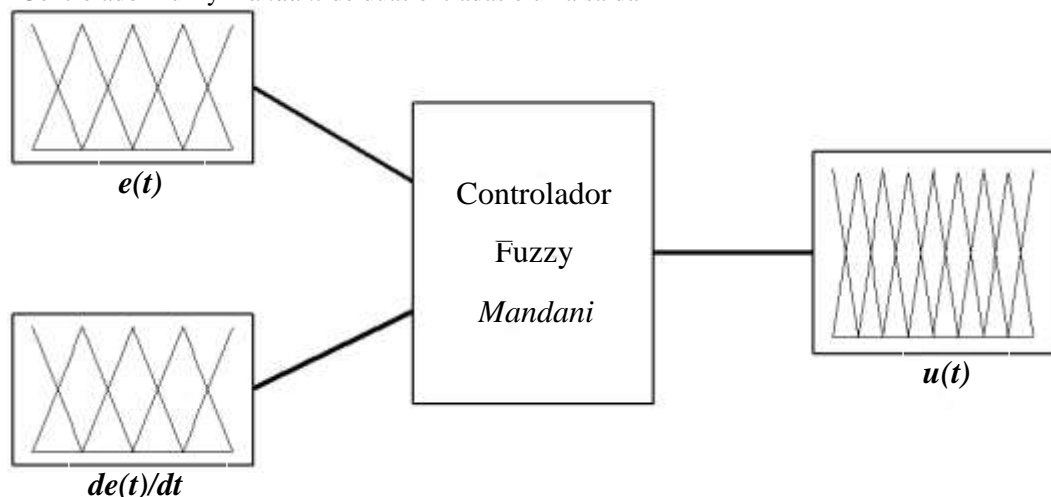
Ganho do controlador Fuzzy PD+I	Ajuste
Proporcional $GE$	100,000
Integrativo $GIE$	98,8868
Integrativo $GCE$	8,16892
Absoluto $GU$	50,9523

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.3 Controlador Fuzzy PD Mandani

Como parte integrante do sistema de controle Fuzzy PD+I, o controlador Fuzzy PD desenvolvido para esta aplicação possui duas variáveis entrada: Erro  $e(t)$  e Variação de Erro  $de(t)/dt$ ; uma variável de saída: Controle  $u(t)$  e uma base de regras do tipo *Mandani*; conforme disposto na Figura 36.

Figura 36 – Controlador Fuzzy *Mandani* de duas entradas e uma saída



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Tabela 4 são encontradas as configurações das cinco funções de pertinência, aplicadas às entradas  $e(t)$  e  $de(t)/dt$ , com as respectivas faixas de variação. Nesta tabela é possível verificar que as entradas foram configuradas para operar na região  $[-150, 150]$ .

Tabela 4 – Limites de variação das funções de pertinência de entrada  $e(t)$  e  $de(t)/dt$ 

Função de pertinência	Limite de variação $e(t)$	Limite de variação $de(t)/dt$
Negativo $NN$	[-150 -100 -50]	[-150 -100 -50]
Negativo $N$	[-100 -50 0]	[-100 -50 0]
Zero $Z$	[-50 0 50]	[-50 0 50]
Positivo $P$	[0 50 100]	[0 50 100]
Positivo $PP$	[50 100 150]	[50 100 150]

Fonte: Elaborada pelo autor.

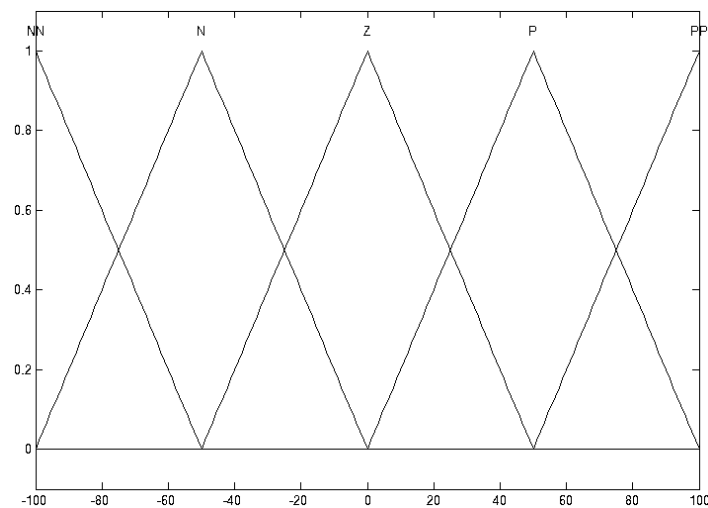
Onde:

$N$ : Identifica a influência negativa na função de pertinência, sendo  $NN$  a mais intensa

$Z$ : Identifica a influência moderada na função de pertinência

$P$ : Identifica a influência positiva na função de pertinência, sendo  $PP$  a mais intensa

Para o grupo de variáveis de entrada foram utilizadas funções de pertinência triangulares, conforme observado na Figura 37.

Figura 37 – Funções de pertinência das entradas  $e(t)$  e  $de(t)/dt$ 

Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Tabela 5 são encontradas as configurações das nove funções de pertinência, aplicadas à saída  $u(t)$ , com as respectivas faixas de variação. Nesta tabela é possível verificar que as entradas foram configuradas para operar na região [-250, 250].

Tabela 5 – Limites de variação das funções de pertinência da saída  $u(t)$ 

Função de pertinência	Limite de variação $u(t)$
Negativo $NNNN$	[-250 -200 -150]
Negativo $NNN$	[-200 -150 -100]
Negativo $NN$	[-150 -100 -50]
Negativo $N$	[-100 -50 0]
Zero $Z$	[-50 0 50]
Positivo $P$	[0 50 100]
Positivo $PP$	[50 100 150]
Positivo $PPP$	[100 150 200]
Positivo $PPPP$	[150 200 250]

Fonte: Elaborada pelo autor.

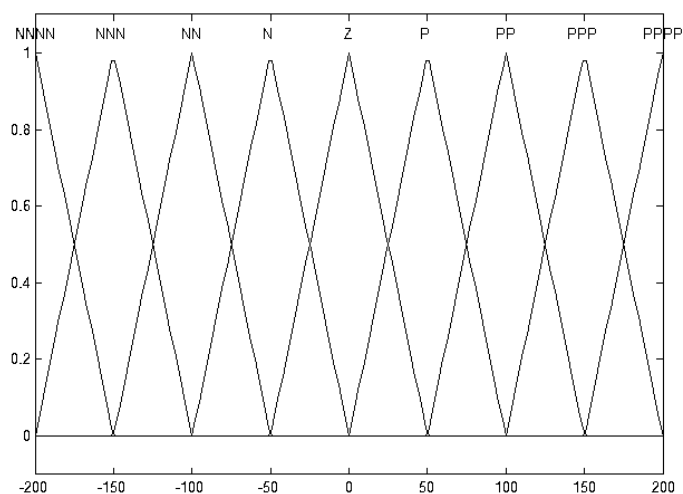
Onde:

$N$ : Identifica a influência negativa na função de pertinência, sendo  $NNNN$  a mais intensa

$Z$ : Identifica a influência moderada na função de pertinência

$P$ : Identifica a influência positiva na função de pertinência, sendo  $PPPP$  a mais intensa

Para o grupo de variáveis de saída foram utilizadas funções de pertinência triangulares, conforme observado na Figura 38.

Figura 38 – Funções de pertinência da saída  $u(t)$ 

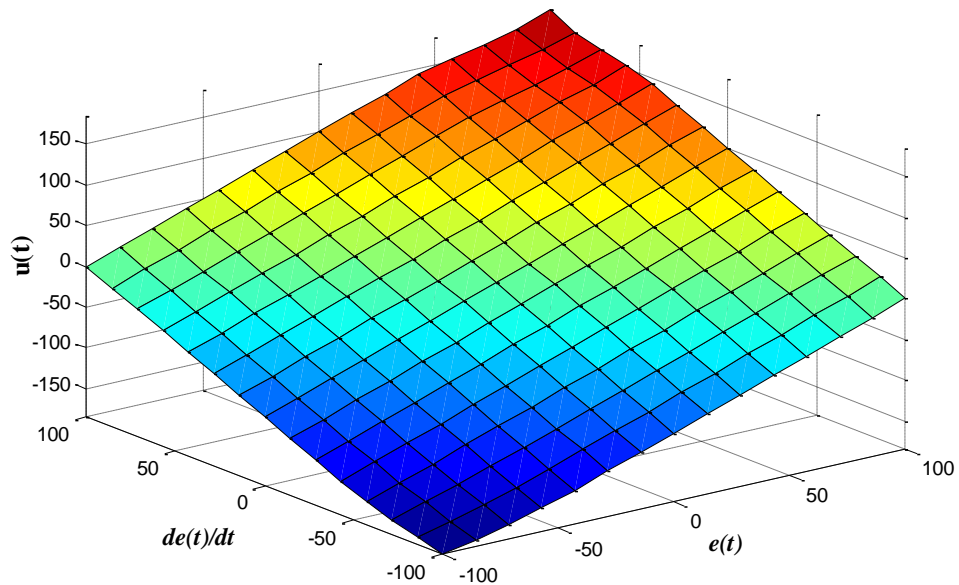
Fonte: Elaborada pelo autor.

A base de regras deste controlador foi definida através da combinação das funções de pertinência das entradas e da saída de forma a obter uma superfície de controle mais plana

possível. O conjunto de regras aplicadas ao controlador Fuzzy PD atende aos requisitos definidos na seção 2.4.5 e pode ser conferido no Apêndice A.

A superfície de controle do controlador Fuzzy PD remete uma ideia tridimensional, do seu funcionamento, a partir da sua respectiva base de regras conforme pode ser observado na Figura 39.

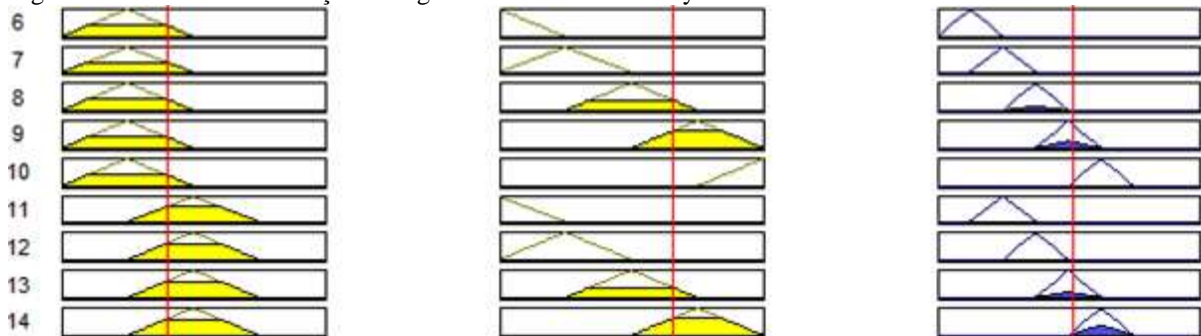
Figura 39 – Superfície de controle do controlador Fuzzy PD



Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir desta superfície de controle, o controlador Fuzzy realiza o cruzamento das regras ativas para obtenção da função de pertinência equivalente e, por consequência, o valor *Crisp* que será aplicado à saída; conforme pode ser observado na amostra de regras contidas na Figura 40 e no Apêndice B.

Figura 40 – Amostra da ativação de regras do controlador Fuzzy PD



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.4 Conclusão

Neste capítulo, foram apontadas as características referentes à planta que foi utilizada como plataforma de testes. Foram demonstrados os detalhes mais relevantes para a sua modelagem, sua estrutura funcional e os principais aspectos relacionados com a suas características físicas.

Também foi detalhado o funcionamento do controlador Fuzzy PD+I utilizado neste trabalho. Foram demonstradas a sua estrutura funcional e a técnica de sintonia deste controlador.

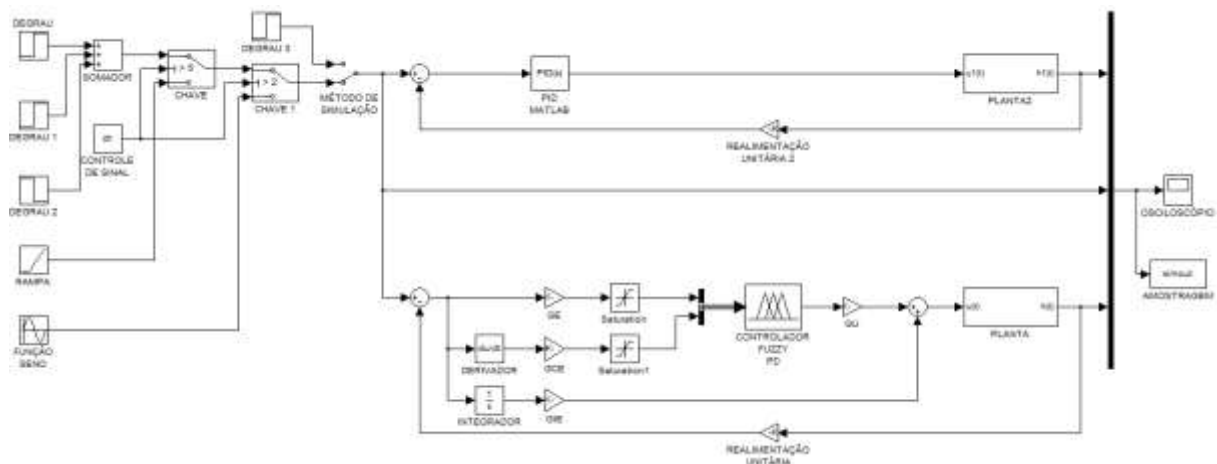
Por fim, foi realizado o detalhamento do controlador Fuzzy PD *Mandani* que é utilizado no controlador Fuzzy PD+I. Foram demonstrados os detalhes de sua estrutura funcional, os tipos de funções de pertinência e os limites utilizados em suas entradas e saídas e a sua base de regras.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A validação dos testes do controlador Fuzzy PD+I foi feita através da simulação da planta encontrada na Figura 10 mediante a aplicação de sinais de entrada padrão: degrau unitário, rampa unitária e senoidal.

Esta mesma sistemática foi aplicada a um segundo controlador PID, com o objetivo de confrontar os resultados do anterior. Desta forma, foi desenvolvido modelo único, em ambiente de diagrama de blocos, através do programa *Simulink*<sup>®</sup>, que além de permitir a simulações de ambos sistemas também oferece a opção de sintonia de controladores PID. Esta ferramenta computacional é parte integrante do MATLAB<sup>®</sup> e a estrutura final de simulação pode ser observada na Figura 41 e no Apêndice C.

Figura 41 – Modelo do sistema de simulação



Fonte: Elaborada pelo autor.

Através da aplicação do método do Lugar das Raízes<sup>13</sup>, foi verificado que o sistema possui frequências de oscilação em 10, 100 e 1000rad/s. Desta forma, considerando o Teorema da Amostragem de Nyquist<sup>14</sup>, foram realizadas amostras do sistema de controle supracitado a cada 1ms.

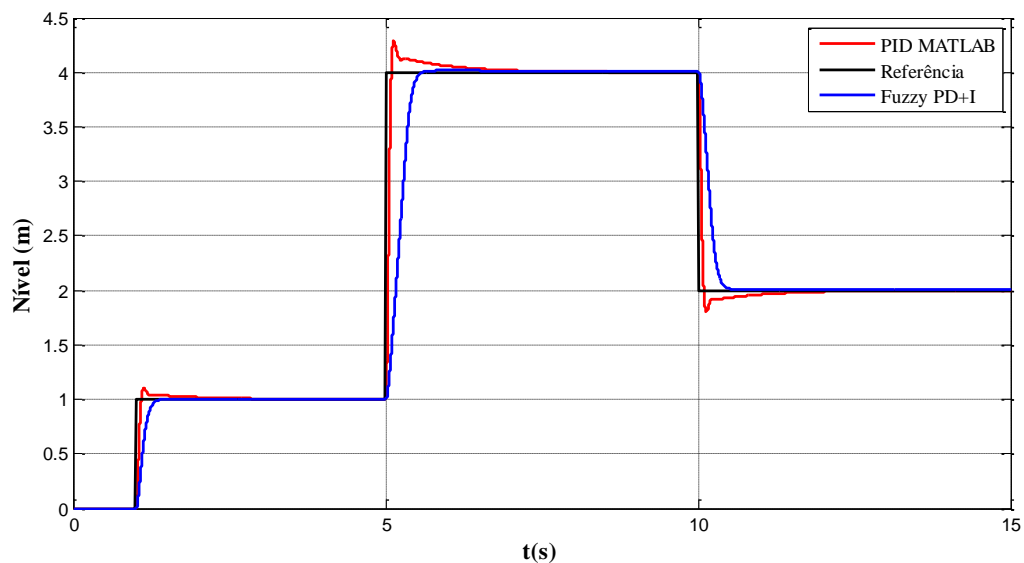
<sup>13</sup> O método do Lugar das Raízes é uma técnica que permite visualizar de que forma os pólos do sistema em malha fechada variam quando se altera o valor de um parâmetro específico (OGATA, 2007).

<sup>14</sup> O Teorema da Amostragem de Nyquist determina que a quantidade de amostras por unidade de tempo de um sinal, chamada taxa ou frequência de amostragem, deve ser maior que o dobro da maior frequência contida no sinal a ser amostrado (OGATA, 2007).

#### 4.1 Aplicação do Degrau Unitário

A primeira etapa da simulação foi realizada a partir aplicação consecutiva de três sinais do tipo degrau unitário, com diferentes amplitudes, na entrada da planta. Os resultados obtidos na saída podem ser verificados na Figura 42.

Figura 42 – Resposta do sistema ao degrau unitário



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 42 percebe-se que o máximo sobressinal do controlador Fuzzy PD+I é praticamente nulo. De fato, conforme os dados coletados durante as simulações, e apresentados na Tabela 6, é possível verificar que este controlador submete a planta a um regime operacional muito semelhante ao de um sistema de 1ª ordem. Além disso, também é possível verificar que o perfil dos controladores são bem distintos, pois, enquanto o controlador PID convencional possui tempo de subida bem inferior ao Fuzzy PD+I, este último acomoda a planta mais rapidamente.

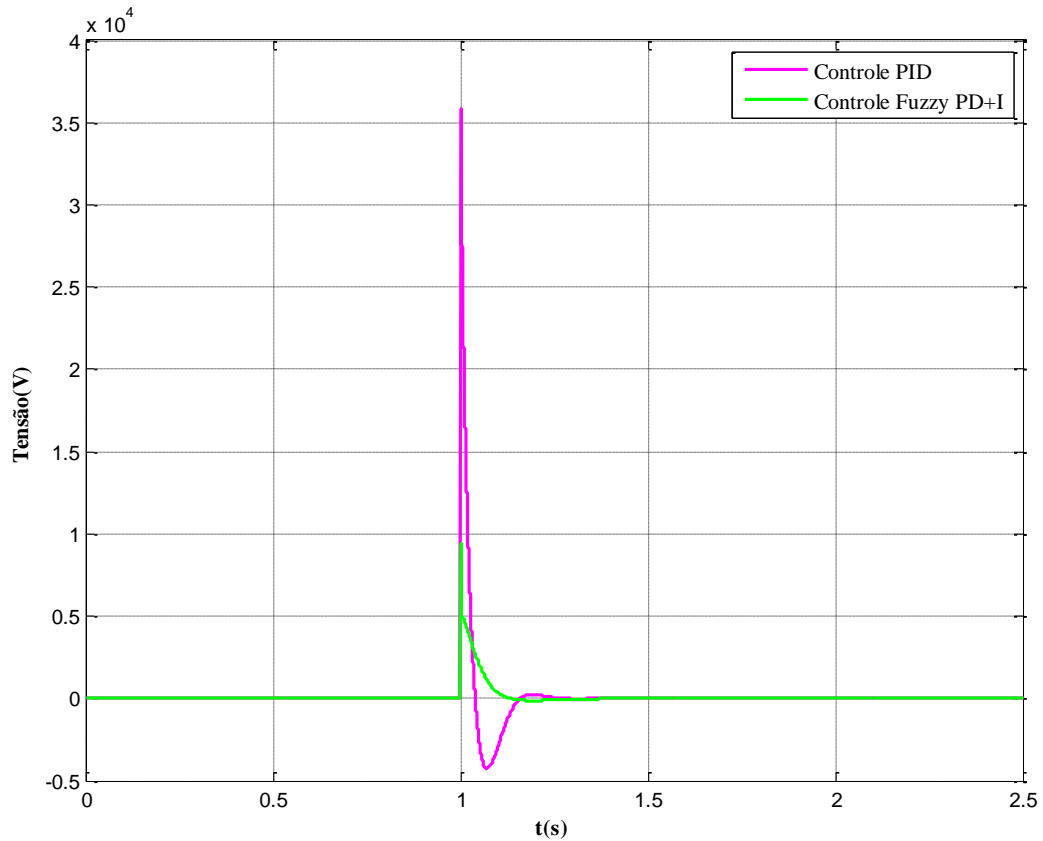
Tabela 6 – Resultados da simulação com o degrau unitário

Controlador	Tempo de subida (ms)	Tempo de acomodação (ms)	Máximo sobressinal (%)
Fuzzy PD+I	187,0	614,4	0,24
PID MATLAB	97,9	976,3	4,02

Fonte: Elaborada pelo autor.

A simulação através do degrau unitário produziu saídas limitadas conforme pode ser observado na Figura 43.

Figura 43 – Saídas correspondentes ao degrau unitário



Fonte: Elaborada pelo autor.

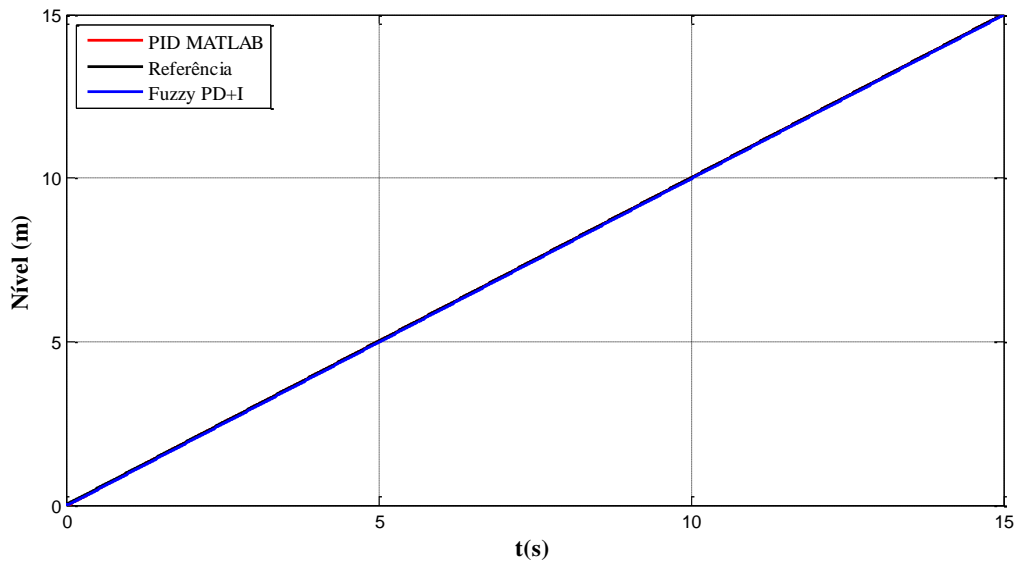
Através da Figura supracitada, é possível verificar que a variação de tensão, aplicada ao motor elétrico, foi aproximadamente 3,5 vezes menor durante a utilização do controlador Fuzzy PD+I.

## 4.2 Aplicação da Rampa Unitária

Na segunda etapa de simulação, foi aplicado um sinal do tipo rampa unitária na entrada da planta e os resultados podem ser verificados na Figura 44.



Figura 44 – Resposta do sistema à rampa unitária



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na figura supracitada, é impossível distinguir a diferença de comportamento da planta, durante o uso dos dois controladores, pelo fato de ambos seguirem a referência de controle com erro praticamente nulo.

Com o objetivo de mensurar a diferença entre o valor de referência e a resposta da planta aos controladores, foram realizadas três amostras da medição das simulações do sistema: em 5, 10 e 15 segundos; conforme explicitado na Tabela 7.

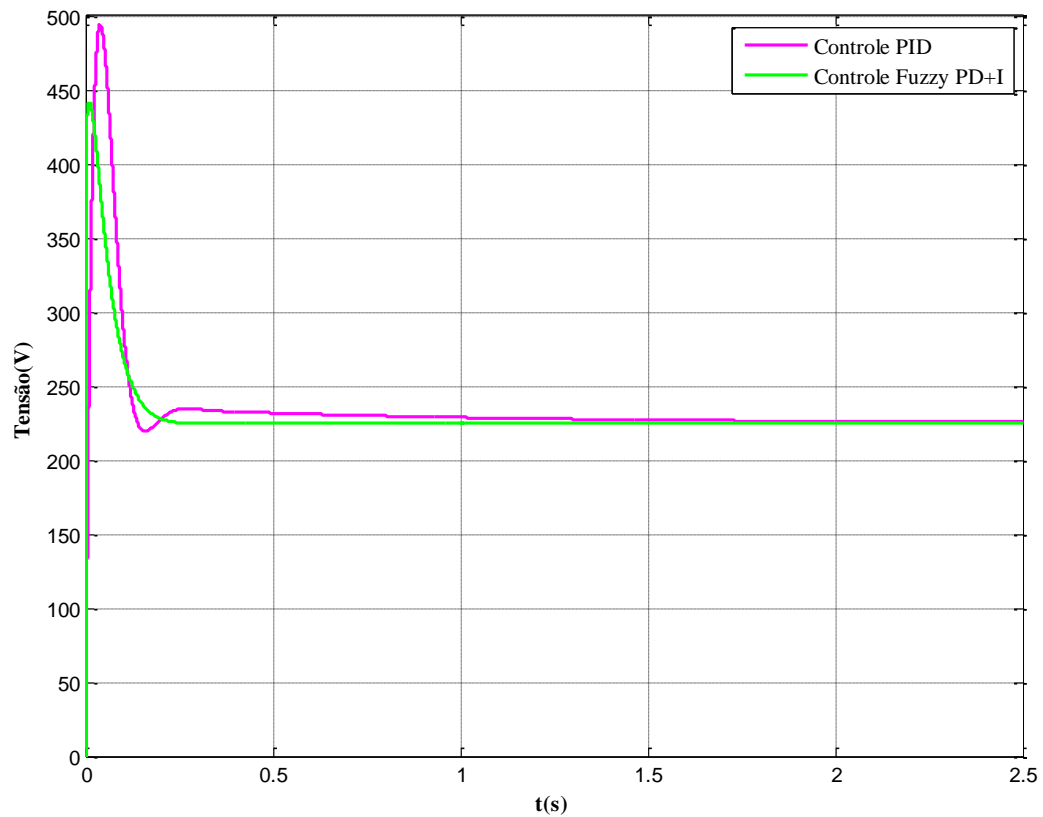
Tabela 7 – Erro da simulação com a rampa unitária

Controlador	Erro em 5 segundos (m)	Erro em 10 segundos (m)	Erro em 15 segundos (m)
Fuzzy PD+I	0,0402832	0,0365395	0,0331435
PID MATLAB	0,0001462	0,0000004	0,0000000

Fonte: Elaborada pelo autor.

A simulação através da rampa unitária produziu saídas limitadas conforme pode ser observado na Figura 45.

Figura 45 – Saídas correspondentes à rampa unitária



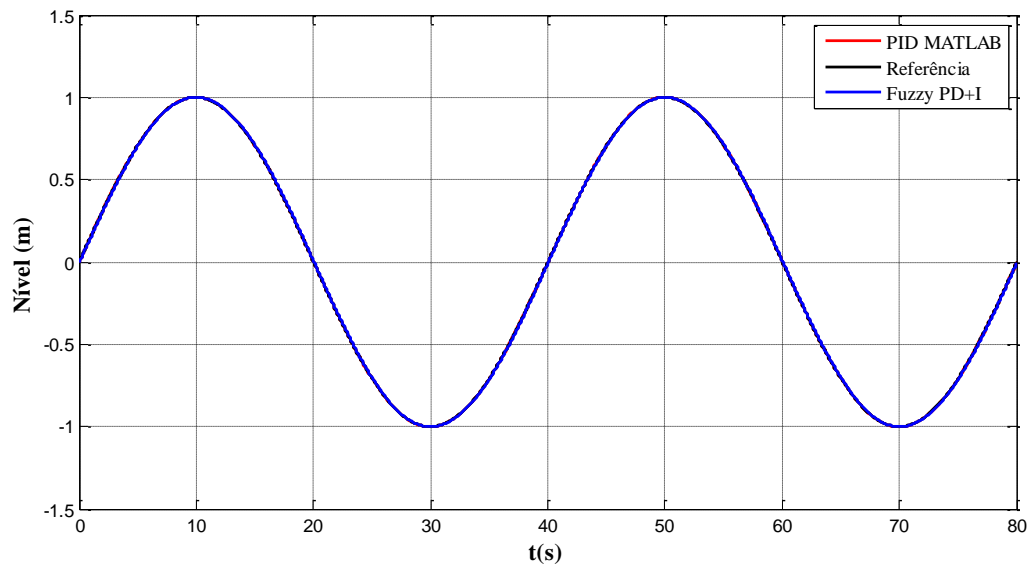
Fonte: Elaborada pelo autor.

Através da Figura supracitada, é possível verificar que a variação de tensão, aplicada ao motor elétrico, foi aproximadamente 10% inferior durante a utilização do controlador Fuzzy PD+I.

### 4.3 Aplicação do Sinal Senoidal

Na última simulação, foi aplicado um sinal senoidal à entrada da planta e os resultados obtidos podem ser verificados na Figura 46.

Figura 46 – Resposta do sistema à entrada senoidal



Fonte: Elaborada pelo autor.

Mais uma vez, a partir da Figura 44, fica evidente que ambos controladores seguem o sinal de referência sem permitir que o observador identifique seus respectivos sinais de saída.

Com o objetivo de mensurar a diferença absoluta entre o valor de referência e a resposta da planta aos controladores durante a simulação, diante desta nova situação, foram realizadas quatro amostras da medição do sistema: em 30, 50, 60 e 80 segundos; conforme consta na Tabela 8.

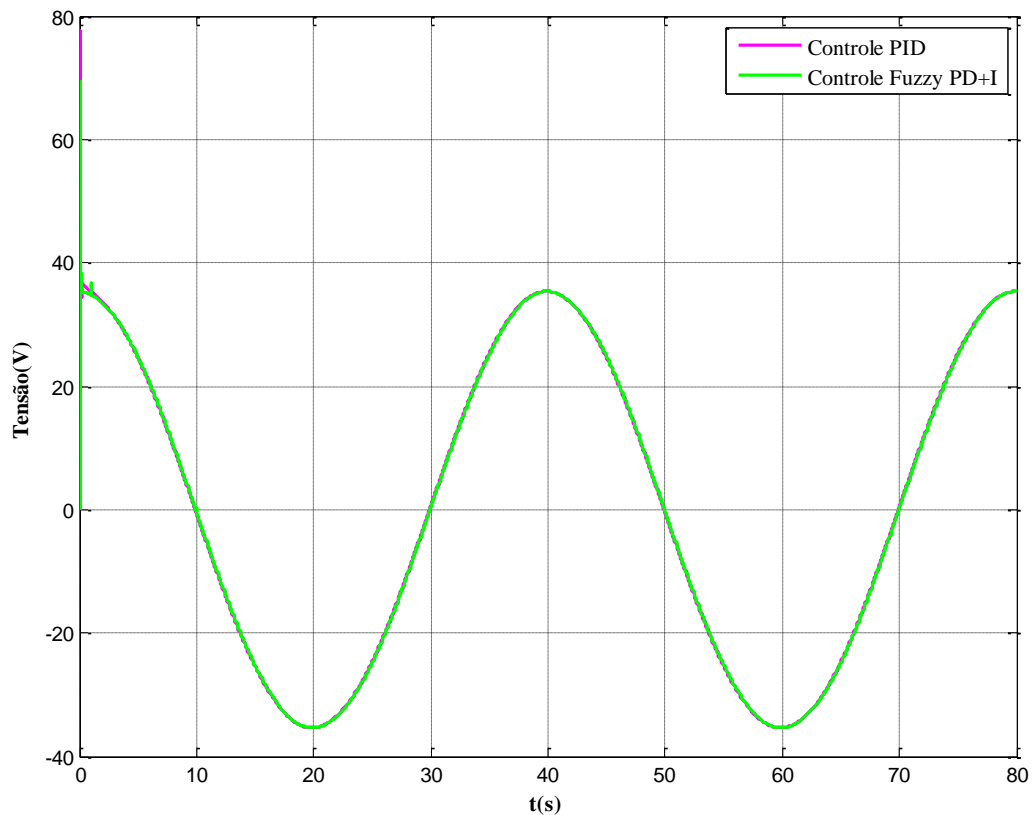
Tabela 8 – Erro da simulação com a entrada senoidal

<b>Controlador</b>	<b>Erro em 30 segundos (m)</b>	<b>Erro em 50 segundos (m)</b>	<b>Erro em 60 segundos (m)</b>	<b>Erro em 80 segundos (m)</b>
Fuzzy PD+I	0,0008	0,0007	0,0068	0,0068
PID MATLAB	0,0010	0,0010	0,0001	0,0001

Fonte: Elaborada pelo autor.

A simulação através da rampa unitária produziu saídas limitadas conforme pode ser observado na Figura 47.

Figura 47 – Saídas correspondentes ao sinal senoidal



Fonte: Elaborada pelo autor.

Através da Figura supracitada, é possível verificar que a variação de tensão, aplicada ao motor elétrico, foi praticamente a mesma durante a aplicação de ambos controladores.

#### 4.4 Conclusão

Os resultados obtidos ao longo deste capítulo demonstraram que o controlador Fuzzy PD+I apresentou resultados satisfatório durante a aplicação do degrau unitário na entrada da planta, conforme pôde ser acompanhado na Figura 42 e nos resultados contidos na Tabela 6. Este controlador, além de ter sido capaz de reduzir o sobressinal e reduzir o tempo de acomodação do sistema, também conseguiu manipular os sinais de referência do tipo rampa unitária e senoidal conforme pôde ser observado nas Figuras 44 e 46 e nos resultados apresentados nas Tabelas 7 e 8.

A técnica aqui aplicada demonstrou ser mais vantajosa, em comparação ao PID tradicional, por permitir que o processo se comporte como um sistema de primeira ordem

quando é submetido ao sinal de entrada do tipo degrau unitário. Mesmo considerando que o tempo de subida, nesta situação, foi aproximadamente 91% mais lento que o PID tradicional; o controlador Fuzzy PD+I foi aproximadamente 60% mais rápido durante a tarefa de acomodar a planta à referência de entrada.

Além disso, em todas as simulações realizadas as saídas de controle demonstraram comportamento limitado tendo o controlador Fuzzy PD+I apresentado variações de sinal mais suaves e menos intensas, conforme pode ser observado nas Figuras 43, 45 e 47.

## 5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Ao longo deste trabalho, foi projetado e sintonizado um controlador, do tipo Fuzzy PD+I, para ser aplicado no controle de nível de um tanque atmosférico através do controle de um motor CC atuando na válvula de admissão deste reservatório. Este sistema de controle, mesmo tendo apresentado menor tempo de resposta, demonstrou bom desempenho durante a sua rotina de controle de uma planta de quarta ordem. Além disso, considerando que a aplicação de lógica Fuzzy em sistemas de controle ainda é pouco estudada, é possível admitir esta sistemática pode auxiliar no desenvolvimento de pesquisas ainda mais promissoras, sob os pontos de vista teórico e prático, considerando a sua flexibilidade na integração com sistemas não lineares.

Os resultados aqui alcançados foram validados através da comparação com os obtidos através de um segundo controlador. Este último foi modelado por uma das principais ferramentas de engenharia, voltadas à simulação computacional, que podem ser encontradas no ambiente acadêmico.

Conforme as simulações realizadas, a principal contribuição deste trabalho consiste na melhoria de desempenho que uma planta adquire após a aplicação do controlador Fuzzy PD+I. Pois, desta maneira, o sistema de quarta ordem comportou-se de forma semelhante a uma planta de primeira ordem, com eliminação quase completa do sobressinal, e alcançando a acomodação de forma mais rápida. Mais uma vez, é importante ressaltar esta qualidade tendo em vista que sistemas que já operam, ou irão trabalhar, no limite da sua capacidade não podem ser submetidos a excessos em suas saídas de controle.

Como trabalhos futuros sugere-se a aplicação de inteligência artificial no ajuste dos ganhos do controlador Fuzzy PD+I com o objetivo de reduzir a magnitude do erro em estado estacionário e aumentar o tempo de subida do controlador. Outra opção que pode ser considerada seria a aplicação deste controlador em plantas de ordem mais elevada ou em sistemas não lineares. Uma terceira sugestão seria o desenvolvimento deste mesmo sistema considerando, durante a modelagem, a sua operação sob o efeito de distúrbios elétricos e mecânicos. Por fim, também se sugere a realização de testes de desempenho computacional para avaliar a carga de processamento requerida por estes controladores a fim de apontar o mais eficiente.

## REFERÊNCIAS

AMENDOLA, M.; SOUZA, A. L.; BARROS, L. C. **Manual do Uso da Teoria dos Conjuntos Fuzzy no MATLAB 6.5**. Campinas: FEAGRI & IMECC/UNICAMP, 2004.

CAMPOS, M. C. M. M.; TEIXEIRA, H. C. G. **Controles Típicos de Equipamentos e Processos Industriais**. São Paulo: Blucher, 2006. 416p.

CASTRUCCI, P. B. de Lauro; BITTAR, A.; SALES, R. M. **Controle Automático**. ed. 1. Rio de Janeiro: LTC, 2011. 492p.

CINTRA, M. E.; MONARD, M. C.; CAMARGO, H. A. **A Hybrid Approach for the Automatic Generation of Fuzzy Systems Using Fuzzy Formal Concepts**. IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZY IEEE), 2012. volume 1, pp. 1784-1791.

CINTRA, M. E.; MONARD, M. C.; CAMARGO, H. A. **Fuzzy and Classic Rule Learning Methods: A Comparative Analysis**. In World Conference on Soft Computing, 2011. volume 1, pp. 182-190.

CHEM, G.; PHAM, T. T. **Fuzzy Sets, Fuzzy Logic and Fuzzy Control Systems**. 1. ed. Boca Raton: CRC Press, 2001.

D'AZZO, J. J.; HOUPIS, C. H.; SHELDON, S. N. **Linear Control System Analysis and Design with Matlab**, 5. ed. New York: Marcel Dekker Inc., 2003.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de Controle Modernos**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001. 724p.

FITZGERALD, A. E.; JUNIOR, C. K.; UMANS, S. D. **Máquinas Elétricas com Introdução à Eletrônica de Potência**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006. 648p.

GABRIEL FILHO, O. **Controle de Processos (exercício)**. Disciplina de Controle de Processos do Curso de Especialização em Automação de Processos à Gás Natural. Natal: UnP-CTGÁS, 2008.

GARCIA, C. **Modelagem e Simulação**. 2. ed. rev. e ampl. São Paulo: Edusp, 2009. 678p.

HUANG X.; SHI L. **Simulation on a Fuzzy-PID Position Controller of the CNC Servo System**. ISDA Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference on Intelligent Systems Design and Applications, Vol. 1, pp. 305-309. October 2006.

HUO, Z.; WANG, X. **Position Control of Servo Press System Based on Fuzzy PID**. 24<sup>th</sup> Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Shanghai, China. May 23-25, 2012.

JANTZEN, J. **Tuning of Fuzzy PD+I Controllers**. Technical University of Denmark, Department of Automation. Tech report n° 98-H 871 (FPID), 1999.

KLIR, G. J.; YUAN, B. **Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications**. Prentice Hall, 1995. 574p.

KOSOW, I. L. **Máquinas Elétricas**. 9. ed. Porto Alegre: Globo, 1993. 667p.

KOVAČIĆ, Z.; BOGDAN, Z. **FUZZY CONTROLLER DESIGN: Theory and Applications**. 1. ed. Boca Raton: CRC Press, 2006.

LATHI, B. P. **SINAIS E SISTEMAS LINEARES**. 2. ed. São Paulo: Bookman, 2006. 856p.

LEGASPE, E. P.; **Controlador Fuzzy de Código Aberto para Uso em Controladores Programáveis**. 2012. 144p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica / Engenharia de Controle e Automação) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo.

LI, W.; **Design of a Hybrid Fuzzy Logic Proportional Plus Conventional Integral-Derivative Controller**. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 6, n° 4, pp. 449-463. November 1998.

LIN-KE, Y.; JIAN-MING, Z.; QI-LONG, Y.; JI-MING, X.; YAN, L. **Fuzzy PD+I Control for Direct Drive Electro-Hhydraulic Position Servo System**. 2011. Consumer Electronics, Communications and Networks (CECNet), 2011 International Conference, 2011. pp. 370-373.

MATLAB (2010). Version 7.12.0.635 (R2011a). The Math- Works Inc., Natick, Massachusetts. Disponível em: < <http://www.mathworks.com/products/matlab/>>. Acesso em: 05 jul. 2014.

NARANG, S.; SINGH P. **Comparison of Results of PID and Fuzzy Control of Two Linked Rigid Manipulator**. IJSR International Journal of Science and Research, Vol. 3, Issue 5, pp. 377-380. May 2014.



NATSHEH, E.; BURAGGA, A. B. **Comparison between Conventional and Fuzzy Logic PID Controllers for Controlling DC Motors**. IJCSI International Journal of Computer Science Issues, Vol. 7, Issue 5, pp. 128-134. September 2010.

NGUYEN, H. T.; PRASAD, N. R.; WALKER, C. L.; WALKER E. A. **A First Course in FUZZY and NEURAL CONTROL**. 1. ed. Boca Raton: CHAPMAN & HALL/CRC Press, 2003.

NILSSON, J.W.; RIEDEL, S. A. **CIRCUITOS ELÉTRICOS**. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009. 592p.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007. 788p.

SANDRI S.; CORREA C. **Lógica Nebulosa**. V Escola de Redes Neurais, Promoção: Conselho Nacional de Redes Neurais, São José dos Campos, ITA, pp. c073-c090, jul. 1999. Disponível em: < [http://www.gta.ufrj.br/ensino/cpe717-2011/curso\\_ERN99\\_fuzzy.pdf](http://www.gta.ufrj.br/ensino/cpe717-2011/curso_ERN99_fuzzy.pdf)>. Acesso em: 06 jul. 2014.

SIMÕES, M. G.; SHAW, I. S. **Modelagem e Controle FUZZY**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2007. 186p.

SHHEIBIA, T. A. A. El. **Controle de um Braço Robótico Utilizando uma Abordagem Inteligente**. 2001. 84p. Dissertação (Mestrado em Informática) – Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, 2001.

SIMULINK. Version 7.7 (R2011a). The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/products/simulink/>>. Acesso em: 05 jul. 2014.

TEIXEIRA JUNIOR, C. A.; VILLARREAL, E. R. L.; CINTRA, M. E.; LIMA, N. W.B. **Proposal of a Fuzzy Control System for the Management os Traffic Lights**. 11<sup>th</sup> IFAC Workshop on Intelligent Manufacturing Systems, São Paulo, May 22-25, 2014. Vol. 11, Part 1, pp. 456-461.

TOBIN, S. M. **DC SERVOS: Application and Design with Matlab**. 1. ed. Boca Raton: CRC Press, 2011.

VAISHNAV, S. R.; KHAN, Z. J. **Design and Performance of PID and Fuzzy Logic Controller with Smaller Rule Set for Higher Order System.** WCECS 2007. Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2007, San Francisco, USA. October 24-26, 2007.

XU, J.; Hang, C.; Liu, C. **Parallel Structure and Tuning of a Fuzzy PD+I Controller.** Automatica, 2000, Vol. 36, Issue 5, pp. 673–684.

ZADEH, L. A. **Fuzzy Sets.** Information and Control. 1965. pp. 338-353.

ZHANG, H.; LIU, D. **Fuzzy Modeling and Fuzzy Control.** 1. Ed. Boston: Birkhäuser, 2006. 416p.

ZHAO, Z.; TOMIZUKA, M.; ISAKA, S. **Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers.** Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions, 1992. Vol. 23, Issue 5, pp. 1392-1398.

## APÊNDICE A – BASE DE REGRAS DO CONTROLADOR FUZZY PD

Regra 1: Se  $e(t)$  é Negativo  $NN$  e  $de(t)/dt$  é Negativo  $NN$ , então  $u(t)$  é Negativo  $NNNN$

Regra 2: Se  $e(t)$  é Negativo  $NN$  e  $de(t)/dt$  é Negativo  $N$ , então  $u(t)$  é Negativo  $NNN$

Regra 3: Se  $e(t)$  é Negativo  $NN$  e  $de(t)/dt$  é Zero  $Z$ , então  $u(t)$  é Negativo  $NN$

Regra 4: Se  $e(t)$  é Negativo  $NN$  e  $de(t)/dt$  é Positivo  $P$ , então  $u(t)$  é Negativo  $N$

Regra 5: Se  $e(t)$  é Negativo  $NN$  e  $de(t)/dt$  é Positivo  $PP$ , então  $u(t)$  é Negativo  $Z$

Regra 6: Se  $e(t)$  é Negativo  $N$  e  $de(t)/dt$  é Negativo  $NN$ , então  $u(t)$  é Negativo  $NNN$

Regra 7: Se  $e(t)$  é Negativo  $N$  e  $de(t)/dt$  é Negativo  $N$ , então  $u(t)$  é Negativo  $NN$

Regra 8: Se  $e(t)$  é Negativo  $N$  e  $de(t)/dt$  é Zero  $Z$ , então  $u(t)$  é Negativo  $N$

Regra 9: Se  $e(t)$  é Negativo  $N$  e  $de(t)/dt$  é Positivo  $P$ , então  $u(t)$  é Zero  $Z$

Regra 10: Se  $e(t)$  é Negativo  $N$  e  $de(t)/dt$  é Positivo  $PP$ , então  $u(t)$  é Positivo  $P$

Regra 11: Se  $e(t)$  é Negativo  $Z$  e  $de(t)/dt$  é Negativo  $NN$ , então  $u(t)$  é Negativo  $NN$

Regra 12: Se  $e(t)$  é Negativo  $Z$  e  $de(t)/dt$  é Negativo  $N$ , então  $u(t)$  é Negativo  $N$

Regra 13: Se  $e(t)$  é Negativo  $Z$  e  $de(t)/dt$  é Zero  $Z$ , então  $u(t)$  é Zero  $Z$

Regra 14: Se  $e(t)$  é Negativo  $Z$  e  $de(t)/dt$  é Positivo  $P$ , então  $u(t)$  é Positivo  $P$

Regra 15: Se  $e(t)$  é Negativo  $Z$  e  $de(t)/dt$  é Positivo  $PP$ , então  $u(t)$  é Positivo  $PP$

Regra 16: Se  $e(t)$  é Negativo  $P$  e  $de(t)/dt$  é Negativo  $NN$ , então  $u(t)$  é Negativo  $N$

Regra 17: Se  $e(t)$  é Negativo  $P$  e  $de(t)/dt$  é Negativo  $N$ , então  $u(t)$  é Zero  $Z$

Regra 18: Se  $e(t)$  é Negativo  $P$  e  $de(t)/dt$  é Zero  $Z$ , então  $u(t)$  é Positivo  $P$

Regra 19: Se  $e(t)$  é Negativo  $P$  e  $de(t)/dt$  é Positivo  $P$ , então  $u(t)$  é Positivo  $PP$

Regra 20: Se  $e(t)$  é Negativo  $P$  e  $de(t)/dt$  é Positivo  $PP$ , então  $u(t)$  é Positivo  $PPP$

Regra 21: Se  $e(t)$  é Negativo  $PP$  e  $de(t)/dt$  é Negativo  $NN$ , então  $u(t)$  é Zero  $Z$

Regra 22: Se  $e(t)$  é Negativo  $PP$  e  $de(t)/dt$  é Negativo  $N$ , então  $u(t)$  é Positivo  $P$

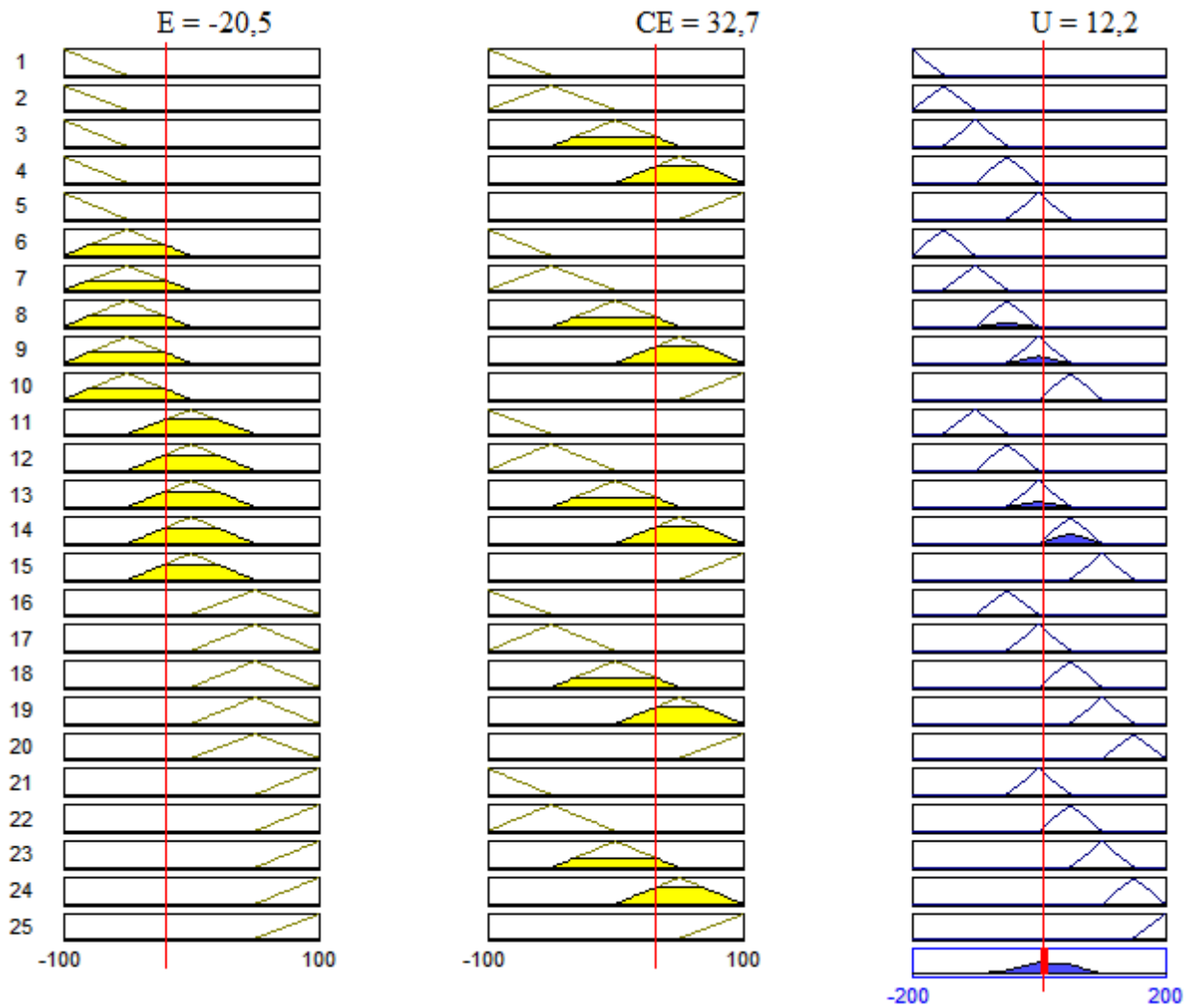
Regra 23: Se  $e(t)$  é Negativo  $PP$  e  $de(t)/dt$  é Zero  $Z$ , então  $u(t)$  é Positivo  $PP$

Regra 24: Se  $e(t)$  é Negativo  $PP$  e  $de(t)/dt$  é Positivo  $P$ , então  $u(t)$  é Positivo  $PPP$

Regra 25: Se  $e(t)$  é Negativo  $PP$  e  $de(t)/dt$  é Positivo  $PP$ , então  $u(t)$  é Positivo  $PPPP$

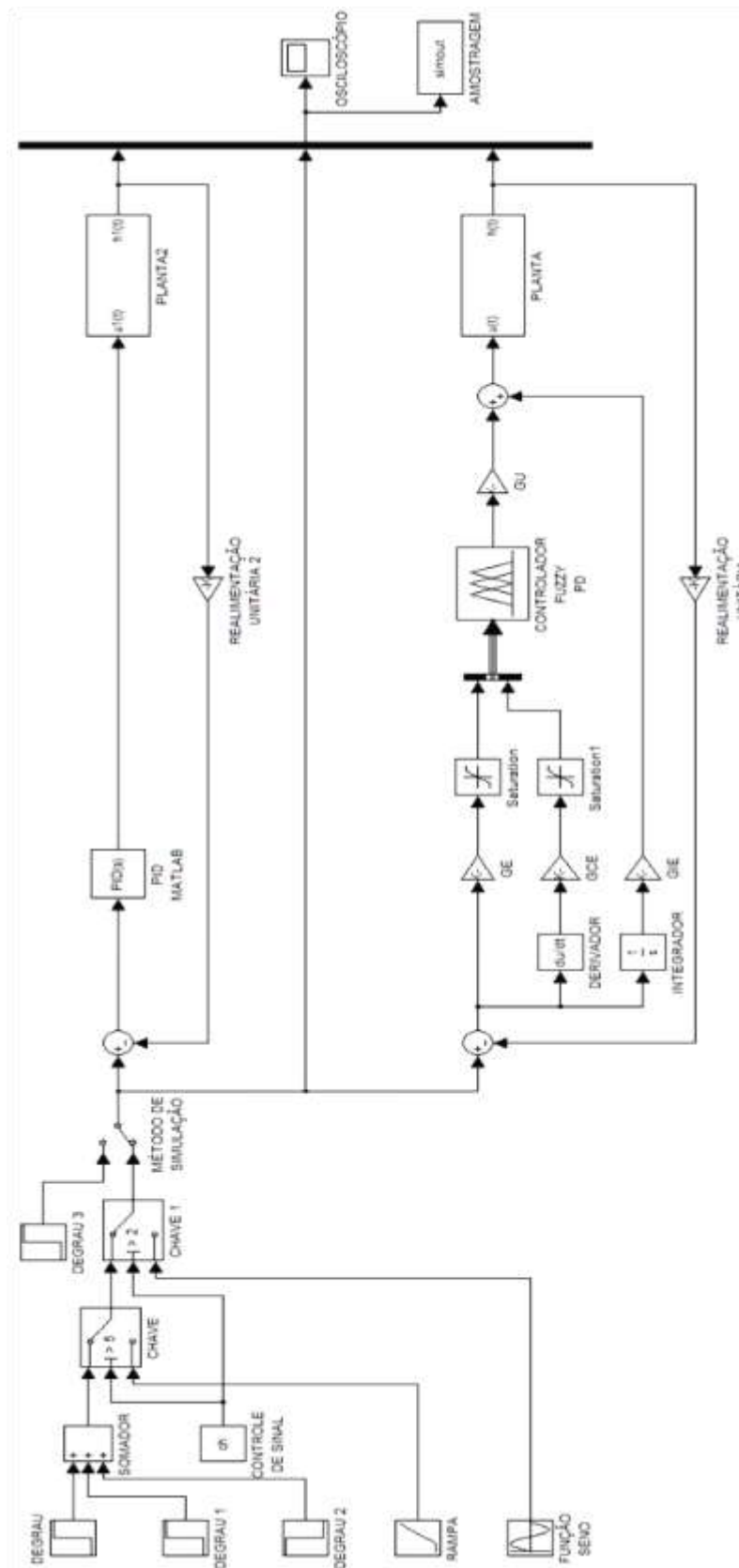
Fonte: Elaborada pelo autor.

**APÊNDICE B – ATIVAÇÃO DO CONTROLADOR FUZZY PD**



Fonte: Elaborada pelo autor.

APÊNDICE C – MODELO DO SISTEMA DE SIMULAÇÃO



Fonte: Elaborada pelo autor.