



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO  
E AUTOMAÇÃO

MONIQUE FERNANDES DA SILVA

**MODELAGEM DINÂMICA, IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS E CONTROLE  
DE UM VEÍCULO AÉREO NÃO TRIPULADO DO TIPO QUADRICÓPTERO**

MOSSORÓ – RN  
2015

MONIQUE FERNANDES DA SILVA

**MODELAGEM DINÂMICA, IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS E CONTROLE  
DE UM VEÍCULO AÉREO NÃO TRIPULADO DO TIPO QUADRICÓPTERO**

Dissertação de mestrado acadêmico apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sistemas de Comunicação e Automação, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Sistemas de Comunicação e Automação.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Danielle Simone da Silva Casillo – UFERSA.

Co-orientador: Prof. Dr. Leonardo Augusto Casillo – UFERSA.

MOSSORÓ – RN  
2015

Catálogo na Fonte

Catálogo de Publicação na Fonte.

UFERSA - BIBLIOTECA CENTRAL ORLANDO TEIXEIRA - CAMPUS MOSSORÓ

Silva, Monique Fernandes da.

Modelagem Dinâmica, Identificação de Parâmetros e Controle de um Veículo Aéreo Não Tripulado do Tipo Quadricóptero / Monique Fernandes da Silva. - Mossoró, 2015.

128f: il.

1. Engenharia aeroespacial. 2. Veículo aéreo não tripulado. 3. Quadricóptero. I. Título

RN/UFERSA/BCOT/448

CDD 629.1

S586m

MONIQUE FERNANDES DA SILVA

**MODELAGEM DINÂMICA, IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS E CONTROLE  
DE UM VEÍCULO AÉREO NÃO TRIPULADO DO TIPO QUADRICÓPTERO**

Dissertação de mestrado acadêmico  
apresentada ao Programa de Pós-Graduação  
em Sistemas de Comunicação e Automação,  
como requisito para a obtenção do título de  
Mestre em Sistemas de Comunicação e  
Automação.

APROVADA EM: 27/08/2015

BANCA EXAMINADORA



---

Prof. Dra. Daniella Simone da Silva Casillo – UFERSA  
Presidente (Orientadora)



---

Prof. Dr. Leonardo Augusto Casillo – UFERSA  
Primeiro Membro (Co-orientador)



---

Prof. Dr. Marcelo Roberto Bastos Guerra Vale – UFERSA  
Segundo Membro (Examinador Interno)



---

Prof. Dr. Marinaldo Pinheiro de Sousa Neto – IFRN  
Terceiro Membro (Examinador Externo)

## AGRADECIMENTOS

A Deus, que me proporcionou força para vencer os desafios em todas as etapas do mestrado;

À minha família, principalmente aos meus pais, Francisco Nelson e Maria Gorete, por todo o amor, carinho, ajuda e incentivo, e ao meu irmão, João Carlos, pela companhia e momentos de descontração;

Ao meu namorado, Isaac Barros, pelo companheirismo e incentivo, bem como pelo auxílio no desenvolvimento da minha dissertação;

À minha orientadora, professora Dr<sup>a</sup>. Danielle Simone da Silva Casillo, e ao meu co-orientador, professor Dr. Leonardo Augusto Casillo, pela orientação, disponibilidade, confiança, incentivo e sugestões;

Aos professores Dr. Marcelo Roberto Bastos Guerra Vale e Dr. Marinaldo Pinheiro de Sousa Neto pela disponibilidade em colaborarem com o aperfeiçoamento deste trabalho fazendo parte da banca;

A todos os professores do PPGSCA, principalmente aos professores Idalmir Queiroz, Fabiana Varella, Humberto Andrade e Gracinha Dias, pela contribuição e apoio ao longo do mestrado, e aos professores que não são do PPGSCA, Joaquim Odilon, por disponibilizar o laboratório para experimentos, e Zoroastro Vilar, pelo esclarecimento de algumas das minhas dúvidas;

Aos amigos do PPGSCA, Flávia Dantas, Romênia Gurgel, Magno Medeiros, Chagas Sena, Felipe Bezerra, Juan Filgueira, Danilo de Souza, Tayara Benigno, Adelson Lima, Anamaria Sena, Henry Glock e a secretária Lívia Lessa, que me ajudaram no decorrer do mestrado, além de Jonathan Pereira, por ajudar a fazer com que o quadricóptero levantasse voo;

Ao pessoal do GRAPETI, especialmente a Fellipe Bastos, por me auxiliar na parte experimental do meu trabalho;

A todos os meus amigos que estiveram sempre me apoiando, em especial Rebeca Oliveira, que tem me acompanhado por quase doze anos, sempre disposta a me ajudar no que fosse preciso;

À CAPES pela concessão da bolsa de mestrado.

“A única forma de chegar ao impossível, é acreditar que é possível.”

Alice no País das Maravilhas  
(Lewis Carroll)

## RESUMO

Os Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs) têm recebido uma crescente atenção nos últimos anos como uma forma de substituir os veículos tripulados de alto custo. Inicialmente, os VANTs eram usados para aplicações militares e, atualmente são utilizados na área de pesquisa e desenvolvimento, onde as técnicas de controle para a estabilidade e navegabilidade de voos são os principais objetos de estudo. O desenvolvimento completo de voo autônomo em todos os ambientes ainda é um desafio. Neste sentido, o objetivo geral do trabalho é controlar o sistema de propulsão de um VANT do tipo quadricóptero para aplicação no controle de altitude do mesmo em ambientes fechados. O sistema do quadricóptero desenvolvido neste trabalho é composto por *frame*, quatro hélices, controlador de voo, sensores, quatro motores de corrente contínua sem escovas (BLDC), controlador de velocidade eletrônico (ESC), bateria, transmissor rádio-controlado, receptor e circuito universal eliminador de bateria (UBEC). O *software* utilizado para simulação do controle Proporcional Integral Derivativo (PID) de velocidade dos motores e do controle de altitude foi o Simulink<sup>®</sup>/MATLAB. Para o desenvolvimento do controle foi necessário modelar o sistema do quadricóptero para obter uma representação matemática que permita um estudo analítico coerente com o comportamento do sistema na prática. A modelagem matemática do quadricóptero foi realizada através do formalismo de Euler-Lagrange, por possuir a mesma forma em qualquer sistema de coordenadas generalizadas e ser mais adequado a generalizações. Testes foram feitos a fim de garantir o funcionamento adequado de cada parte do sistema do quadricóptero e experimentos foram realizados para o cálculo do fator de empuxo dos motores e para a identificação de parâmetros dos motores BLDC. A partir dos parâmetros identificados nos experimentos, foram obtidas as funções de transferência necessárias para serem utilizadas nas simulações de controle PID de velocidade do motor BLDC e de altitude do quadricóptero. Foi realizado o experimento referente ao controle PID de velocidade do motor e os valores obtidos foram comparados com os da simulação. As simulações e testes apresentaram respostas esperadas, comparados com os resultados de trabalhos relacionados na literatura. Este trabalho dá início a novas pesquisas na área de VANTs na Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA).

**Palavras-chave:** VANT. Quadricóptero. Controle PID.

## ABSTRACT

The Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) have received increasing attention in recent years as a way to replace the expensive manned vehicles. At first, UAVs were used for military applications, and currently they are used in the research and development area, where control techniques for stability and airworthiness are the main objects of study. The full development of autonomous flight in all environments is still a challenge. In this regard, the general objective of this work is to control the propulsion system of a quadrotor UAV for indoor altitude control application. The quadrotor system developed in this work consists of frame, four propellers, flight controller, sensors, four brushless direct current motors (BLDC), electronic speed controller (ESC), battery, radio control transmitter, receiver and universal circuit battery eliminator (UBEC). The software used for the simulation of Proportional Integral Derivative (PID) control for motor speed and altitude control was Simulink<sup>®</sup>/MATLAB. For the control development, it was necessary to model the quadrotor system to obtain a mathematical representation that allows an analytical study consistent with the system behavior in practice. The mathematical modeling of the quadrotor was performed using the Euler-Lagrange formalism, because it has the same form in any system of generalized coordinates and it is more suitable for generalizations. Tests were done to ensure proper operation of each part of the system, and quadrotor experiments were performed to calculate the motor thrust factor and to identify parameters of BLDC motors. From the parameters identified in the experiments, the transfer functions required in PID control simulation of BLDC motor speed and quadrotor altitude were obtained. The experiment relating to PID control of motor speed was performed and the obtained values were compared with the simulated ones. The simulations and tests showed expected responses compared to the results of studies reported in the literature. This work begins new researches on UAVs area at the Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA).

**Keywords:** UAV. Quadrotor. PID Control.



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Efeitos no aumento de um parâmetro independentemente .....	38
Tabela 2 – Características do motor BLDC .....	99
Tabela 3 – Massa dos componentes do quadricóptero .....	101
Tabela 4 – Constantes dos fatores de empuxo dos quatro motores BLDC .....	103
Tabela 5 – Forças de empuxo do quadricóptero.....	103
Tabela 6 – Parâmetros referentes ao sistema de velocidade sem controlador PID .....	108
Tabela 7 – Parâmetros referentes ao sistema de velocidade com controlador PID .....	110
Tabela 8 – Parâmetros referentes ao sistema de altitude sem controlador PID .....	113
Tabela 9 – Parâmetros referentes ao sistema de altitude com controlador PID .....	115
Tabela 10 – Velocidades e tempos equivalentes .....	117
Tabela 11 – Valores experimentais para o sistema de velocidade com controlador PID .....	118
Tabela 12 – Comparação dos valores do sistema de velocidade simulado e experimental ...	120

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Parrot AR.Drone® .....	24
Figura 2 – Draganflyer® X4-C .....	25
Figura 3 – AsTec Hummingbird® .....	25
Figura 4 – DJI Phantom® .....	25
Figura 5 – DJI Inspire® .....	25
Figura 6 – Diagrama do Controlador PID do Simulink® .....	35
Figura 7 – Resposta de um degrau unitário típica de um sistema de controle .....	37
Figura 8 – Diagrama de Blocos do Controle de Malha Fechada.....	38
Figura 9 – <i>Frame</i> .....	41
Figura 10 – Motor de Corrente Contínua sem Escovas.....	42
Figura 11 – Hélices.....	43
Figura 12 – ESC Hobbywing Skywalker (20A×4).....	44
Figura 13 – Conexão do ESC, motores e bateria.....	44
Figura 14 – ESC Toward Pro Mag 8 (18 A) .....	45
Figura 15 – Bateria .....	46
Figura 16 – Arducopter® .....	47
Figura 17 – Placas internas do Arducopter® .....	48
Figura 18 – Módulo GPS.....	49
Figura 19 – Tacômetro óptico .....	50
Figura 20 – Sensor Óptico Reflexivo TCRT5000.....	50
Figura 21 – Transmissor Rádio Controlado .....	51
Figura 22 – Módulo de Rádio .....	51
Figura 23 – Receptor .....	52
Figura 24 – UBEC .....	53
Figura 25 – Arduino Uno® .....	54
Figura 26 – Configuração do Sistema do Quadricóptero .....	56
Figura 27 – Quadricóptero Montado .....	56
Figura 28 – Quadricóptero com sistema fixo ao corpo rígido ( <i>B</i> ) e referencial inercial ( <i>E</i> ) ..	59
Figura 29 – Movimentos do Quadricóptero .....	60
Figura 30 – Representação em diagrama de blocos da dinâmica do quadricóptero .....	61
Figura 31 – Quadricóptero no referencial inercial ( <i>E</i> ) .....	63
Figura 32 – Esquema do sistema de chaveamento do motor BLDC.....	76

Figura 33 – Esquema do experimento para calcular a relação Comando PWM x Força .....	84
Figura 34 – Cilindro circular sólido representando um motor BLDC .....	85
Figura 35 – Haste delgada representando a hélice .....	86
Figura 36 – Esquema do controle de velocidade de um motor BLDC .....	90
Figura 37 – Diagrama de Blocos do Controle de Velocidade dos Motores .....	95
Figura 38 – Diagrama de Blocos do Controle de Altitude .....	96
Figura 39 – Gráfico da constante do ESC .....	100
Figura 40 – Plataforma de teste para o experimento da força de empuxo .....	102
Figura 41 – Gráfico da força empuxo dos motores BLDC .....	102
Figura 42 – Gráfico da força empuxo dos motores BLDC com indicação de início de voo .	104
Figura 43 – Gráfico da velocidade dos motores BLDC .....	105
Figura 44 – Representação do sistema de velocidade do motor sem controlador no Simulink® .....	107
Figura 45 – Gráfico de resposta ao degrau unitário do sistema de velocidade sem controlador .....	107
Figura 46 – Representação do sistema de velocidade do motor com controlador no Simulink® .....	109
Figura 47 – Gráfico de resposta ao degrau unitário do sistema de velocidade com controlador .....	110
Figura 48 – Representação do sistema de altitude sem controlador no Simulink® .....	111
Figura 49 – Gráfico de resposta ao degrau unitário do sistema de altitude sem controlador	112
Figura 50 – Representação do sistema de altitude com controlador no Simulink® .....	113
Figura 51 – Gráfico de resposta ao degrau unitário do sistema de altitude com controlador	114
Figura 52 – Experimento do controle PID de velocidade do motor BLDC .....	116
Figura 53 – Gráfico de resposta ao degrau do motor com controlador PID experimental ....	117
Figura 54 – Gráfico da relação dos comandos PWM ao longo do tempo .....	119

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

### SIGLAS

**A/D** – Analógico/Digital

**B** – *Body fixed frame* (Sistema Fixo ao Corpo Rígido)

**BEC** – *Battery Eliminator Circuit* (Circuito Eliminador de Bateria)

**BLDC** – *Brushless Direct Current* (Corrente Contínua Sem Escovas)

**CC** – Corrente Contínua

**DOF** – *Degrees of Freedom* (Graus de Liberdade)

**DSC** – *Dynamic Surface Control*

**E** – *Earth inertial frame* (Referencial Inercial)

**EMQ** – Erro Médio Quadrático

**E/S** – Entrada/Saída

**ESC** – *Electronic Speed Controller* (Controlador Eletrônico de Velocidade)

**GCS** – *Ground Control Station* (Estação de Controle em Terra)

**GPS** – *Global Positioning System* (Sistema de Posicionamento Global)

**GUI** – *Graphical User Interface* (Interface Gráfica do Usuário)

**IDE** – *Integrated Development Environment* (Ambiente de Desenvolvimento Integrado)

**Inf** – Infinito

**IMU** – *Inertial Measurement Unit* (Unidade de Medição Inercial)

**IR** – *Infrared* (Infravermelho)

**Li-Po** – *Lithium Polymer* (Polímero de Lítio)

**LRF** – *Laser Rangefinder* (Sensor Infravermelho)

**LQR** – *Linear Quadratic Regulator* (Regulador Quadrático Linear)

**NaN** – *Not a Number*

**MCU** – *Micro Controller Unit* (Unidade Microcontroladora)

**MOSFET** – *Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor* (Transistor de Efeito de Campo de Semicondutor de Óxido Metálico)

**MATLAB** – *MATrix LABoratory*

**MAV** – *Micro Aerial Vehicle* (Micro Veículo Aéreo)

**PID** – Proporcional Integral Derivativo

**PWM** – *Pulse-Width Modulation* (Modulação por Largura de Pulso)

**SRAM** – *Static Random-Access Memory* (Memória Estática de Acesso Aleatório)

**SRF** – *Ultrasonic Rangefinder* (Sensor Ultrassônico)

**UBEC** – *Ultimate Battery Eliminator Circuit* ou *Universal Battery Eliminator Circuit* (Circuito Eliminador de Bateria Universal)

**UFERSA** – Universidade Federal Rural do Semi-Árido

**USB** – *Universal Serial Bus* (Barramento Serial Universal)

**VANT** – Veículo Aéreo Não Tripulado

## UNIDADES

<b>Símbolo</b>	<b>Unidade</b>	<b>Grandeza</b>
A	Ampère	Corrente elétrica
C	Coulomb	Carga elétrica (quantidade de eletricidade)
Hz	Hertz	Frequência
kg	Quilograma	Massa
kg.m <sup>2</sup>	Quilograma-metro quadrado	Momento de inércia
m	Metro	Comprimento
m/s <sup>2</sup>	Metro por segundo, por segundo	Aceleração
N	Newton	Força
rad/s	Radiano por segundo	Velocidade angular
rpm	Rotação por minuto	Velocidade angular
s	Segundo	Tempo
V	Volt	Tensão elétrica, força eletromotriz
$\Omega$	Ohm	Resistência elétrica

## SUBUNIDADES

<b>Símbolo</b>	<b>Subunidade</b>	<b>Grandeza</b>
cm	Centímetro	Comprimento
g	Gramma	Massa
kB	Quilobyte	Unidade de informação digital
mAh	Miliampère-hora	Carga elétrica
MHz	Megahertz	Frequência
ms	Milissegundo	Tempo
rps	Rotação por segundo	Velocidade angular

## LISTA DE SÍMBOLOS

### LETRAS LATINAS

$A$  = Vetor de Ângulos de Euler

$\dot{A}$  = Velocidades Angulares Generalizadas

$\dot{A}^T$  = Vetor Transposto de Velocidades Angulares Generalizadas

$\ddot{A}$  = Vetor de Acelerações Angulares Generalizadas

$B$  = Coeficiente de atrito viscoso do motor

$C$  = Matriz de Coriolis e Forças Centrípetas

$\mathbf{C}$  = Matriz de Forças Centrípetas de Coriolis

$\partial\mathcal{L}_{rot}$  = Função de Lagrange (Parcela Rotacional)

$\partial\mathcal{L}_{trans}$  = Função de Lagrange (Parcela Translacional)

$\mathbf{D}$  = Vetor de Distúrbios

$e$  = Tensão devido à força contra-eletromotriz trapezoidal na Armadura

$e_1$  = Tensão devido à força contra-eletromotriz trapezoidal da Fase 1

$e_2$  = Tensão devido à força contra-eletromotriz trapezoidal da Fase 2

$e_3$  = Tensão devido à força contra-eletromotriz trapezoidal da Fase 3

$e_{i1}$  = Tensão induzida na Fase 1

$e_{i2}$  = Tensão induzida na Fase 2

$e_{i3}$  = Tensão induzida na Fase 3

$e(\infty)$  = Erro estacionário

$e(t)$  = Sinal de Erro atuante no Domínio do Tempo

$E(s)$  = Sinal de Erro atuante no Domínio da Frequência

$f(\cdot)$  = Função normalmente não linear dependente do tempo

$F$  = Vetor de Forças representado no Referencial  $E$

$\mathbf{F}$  = Vetor de Fricção

$F_1$  = Força produzida pelo Motor  $M_1$

$F_2$  = Força produzida pelo Motor  $M_2$

$F_3$  = Força produzida pelo Motor  $M_3$

$F_4$  = Força produzida pelo Motor  $M_4$

$F_i$  = Força produzida pelo Motor  $M_i$

$F_i(t)$  = Força de Empuxo dos Motores no Domínio do Tempo

$F_i(s)$  = Força de Empuxo dos Motores no Domínio da Frequência

$F_p$  = Força Translacional

$F_T$  = Somatória das forças de empuxo dos quatro motores BLDC

$g$  = Aceleração Gravitacional na Terra

$\mathbf{G}$  = Vetor de Forças Gravitacionais

$G(s)$  = Função de transferência de malha aberta no domínio da frequência

$G_1(s)$  = Função de transferência tensão-velocidade

$G_C(s)$  = Função de transferência do controlador PID

$G_M(s)$  = Função de transferência dos motores

$G_{quad}(s)$  = Função de transferência do quadricóptero para o controle de altitude

$G_v(s)$  = Função de transferência do controle de velocidade dos motores

$G_z(s)$  = Função de transferência do controle de altitude

$h_m$  = Altura do Motor

$i_a$  = Corrente da Armadura

$i_{a1}$  = Corrente fluindo pela Fase 1

$i_{a2}$  = Corrente fluindo pela Fase 2

$i_{a3}$  = Corrente fluindo pela Fase 3

$I$  = Matriz de Momento de Inércia

$I_{xx}$  = Momento de Inércia no Eixo x

$I_{xy}$  = Momento de Inércia do Eixo x em relação ao eixo y

$I_{xz}$  = Momento de Inércia do Eixo x em relação ao eixo z

$I_{yx}$  = Momento de Inércia do Eixo y em relação ao eixo x

$I_{yy}$  = Momento de Inércia no Eixo y

$I_{yz}$  = Momento de Inércia do Eixo y em relação ao eixo z

$I_{zx}$  = Momento de Inércia do Eixo z em relação ao eixo x

$I_{zy}$  = Momento de Inércia do Eixo z em relação ao eixo y

$I_{zz}$  = Momento de Inércia no Eixo z

$J$  = Matriz de Momento de Inércia Generalizado

$\dot{J}$  = Derivada do Momento de Inércia Generalizado

$J_{hz}$  = Momento de Inércia da Hélice em Relação ao Eixo z

$J_{mx}$  = Momento de Inércia do Motor em Relação ao Eixo x

$J_{my}$  = Momento de Inércia do Motor em Relação ao Eixo y

$J_{mz}$  = Momento de Inércia do Motor em Relação ao Eixo z

$J_{xx}$  = Momento de Inércia Generalizado no Eixo x

$J_{xy}$  = Momento de Inércia Generalizado do Eixo x em relação ao eixo y

$J_{xz}$  = Momento de Inércia Generalizado do Eixo x em relação ao eixo z

$J_{yx}$  = Momento de Inércia Generalizado do Eixo y em relação ao eixo x

$J_{yy}$  = Momento de Inércia Generalizado no Eixo y

$J_{yz}$  = Momento de Inércia Generalizado do Eixo y em relação ao eixo z

$J_{zx}$  = Momento de Inércia Generalizado do Eixo z em relação ao eixo x

$J_{zy}$  = Momento de Inércia Generalizado do Eixo z em relação ao eixo y

$J_{zz}$  = Momento de Inércia Generalizado no Eixo z

$K$  = Energia Cinética Total

$K_D$  = Ganho Derivativo

$K_e$  = Constante da força contra-eletromotriz da armadura

$K_{e1}$  = Constante da força contra-eletromotriz da Fase 1

$K_{e2}$  = Constante da força contra-eletromotriz da Fase 2

$K_{e3}$  = Constante da força contra-eletromotriz da Fase 3

$K_{ESC}$  = Constante do ESC

$K_{f1}$  = Constante da fase 1

$K_{f2}$  = Constante da fase 2

$K_{f3}$  = Constante da fase 3

$K_h$  = Constante da hélice  
 $K_i$  = Fator de empuxo do Motor  $M_i$   
 $K_I$  = Ganho Integral  
 $K_m$  = Constante do motor  
 $K_P$  = Ganho Proporcional  
 $K_{rot}$  = Energia Cinética Rotacional  
 $K_s$  = Constante do sensor de altitude  
 $K_t$  = Constante do Tacômetro  
 $K_{trans}$  = Energia Cinética Translacional  
 $K_\tau$  = Constante de torque  
 $K_V$  = Constante de velocidade do motor  
 $\ell$  = Distância entre os Motores  $M_i$  e o Centro de Gravidade  
 $\mathcal{L}$  = Função de Lagrange  
 $L_a$  = Indutância da Armadura  
 $L_{a1}$  = Indutância da Fase 1  
 $L_{a2}$  = Indutância da Fase 2  
 $L_{a3}$  = Indutância da Fase 3  
 $L_h$  = Comprimento da Hélice  
 $m$  = Massa Total do Quadricóptero  
 $m_m$  = Massa do Motor  
 $m_h$  = Massa da Hélice  
 $M$  = Massa referente ao empuxo gerado pela hélice dada em gramas  
 $\mathbf{M}$  = Matriz de Inércia  
 $M_i$  = Motores do Quadricóptero  
 $N$  = Coeficiente de filtro  
 $p$  = Velocidade Angular ( $\dot{\phi}$ ) representada no Referencial  $B$   
 $P$  = Vetor de Posições  
 $\dot{P}$  = Vetor de Velocidades Lineares Generalizadas  
 $\dot{P}^T$  = Vetor Transposto de Velocidades Lineares Generalizadas  
 $\ddot{P}$  = Vetor de Acelerações Lineares Generalizadas  
 $P_e$  = Potência Elétrica  
 $P_m$  = Potência Mecânica  
 $q$  = Velocidade Angular ( $\dot{\theta}$ ) representada no Referencial  $B$   
 $\mathbf{q}$  = Vetor de Estados  
 $Q$  = Vetor de Coordenadas Generalizadas  
 $\dot{Q}$  = Vetor de Velocidades Generalizadas  
 $r$  = Velocidade Angular ( $\dot{\psi}$ ) representada no Referencial  $B$   
 $r(t)$  = Entrada (referência) no domínio do tempo  
 $r_m$  = Raio do Motor  
 $R$  = Matriz de Rotação  
 $R(s)$  = Entrada (referência) no domínio da frequência  
 $R_a$  = Resistência da Armadura  
 $R_{a1}$  = Resistência da Fase 1



$R_{a2}$  = Resistência da Fase 2  
 $R_{a3}$  = Resistência da Fase 3  
 $R_x$  = Rotação de um Ângulo em torno do Eixo x  
 $R_y$  = Rotação de um Ângulo em torno do Eixo y  
 $R_z$  = Rotação de um Ângulo em torno do Eixo z  
 $t$  = Tempo  
 $t_{IS}$  = Tempo inicial da simulação  
 $t_{TS}$  = Tempo total da simulação  
 $T_d$  = Torque de perturbação e de perdas  
 $T_L$  = Torque de carga  
 $T_m$  = Torque gerado  
 $U$  = Energia Potencial  
 $\mathbf{u}$  = Representação dos Sinais de Controle  
 $u_D(t)$  = Termo Derivativo no Domínio do Tempo  
 $u_I(t)$  = Termo Integral no Domínio do Tempo  
 $u_P(t)$  = Termo Proporcional no Domínio do Tempo  
 $U_D(s)$  = Termo Derivativo no Domínio da Frequência  
 $U_I(s)$  = Termo Integral no Domínio da Frequência  
 $U_P(s)$  = Termo Proporcional no Domínio da Frequência  
 $V_a$  = Tensão aplicada à armadura  
 $V_{a1}$  = Tensão da Fase 1 em relação ao potencial de referência  
 $V_{a2}$  = Tensão da Fase 2 em relação ao potencial de referência  
 $V_{a3}$  = Tensão da Fase 3 em relação ao potencial de referência  
 $V_n$  = Tensão no ponto estrela (Neutro)  
 $V_{PWM}$  = Tensão de Entrada  
 $V_{PWM}(t)$  = Tensão de Saída do ESC no Domínio do Tempo  
 $V_{PWM}(s)$  = Tensão de Saída do ESC no Domínio da Frequência  
 $W_A$  = Matriz de Euler  
 $W_A^T$  = Matriz Transposta de Euler  
 $x$  = Posição no Eixo X (Plano Horizontal)  
 $\ddot{x}$  = Aceleração Linear no Eixo X (Plano Horizontal)  
 $\mathbf{x}$  = Representação das Variáveis de Controle (Postura da Aeronave)  
 $y$  = Posição no Eixo Y (Plano Horizontal)  
 $\ddot{y}$  = Aceleração Linear no Eixo Y (Plano Horizontal)  
 $y(t)$  = Saída no domínio do tempo  
 $z$  = Posição no Eixo Z (Plano Vertical) (Altitude do Quadricóptero)  
 $\ddot{z}$  = Aceleração Linear no Eixo Z (Plano Vertical)  
 $z_d(t)$  = Altura (Altitude) de Referência  
 $Z_d(s)$  = Altura desejada no domínio da frequência  
 $z_m(t)$  = Altura medida no domínio do tempo  
 $Z_m(s)$  = Altura medida no domínio da frequência  
 $z_r(t)$  = Altura real no domínio do tempo  
 $Z_r(s)$  = Altura real no domínio da frequência

## LETRAS GREGAS

$\delta(t)$  = Comando PWM no Domínio do Tempo

$\Delta(s)$  = Comando PWM no Domínio da Frequência

$\theta$  = Ângulo de Arfagem (*Pitch*) em torno do Eixo Y

$\dot{\theta}$  = Velocidade Angular de Arfagem (*Pitch*) em torno do Eixo y

$\ddot{\theta}$  = Aceleração Angular de Arfagem (*Pitch*) em torno do Eixo Y

$\lambda_1(t)$  = Fluxo magnético concatenado da Fase 1

$\lambda_2(t)$  = Fluxo magnético concatenado da Fase 2

$\lambda_3(t)$  = Fluxo magnético concatenado da Fase 3

$\tau$  = Vetor de Torques Generalizados

$\mathbf{\tau}$  = Vetor Contendo os Sinais de Controle Aplicados ao Veículo

$\tau_e$  = Constante de tempo elétrica

$\tau_m$  = Constante de tempo mecânica

$\tau_{motor}$  = Constante de tempo do motor

$\tau_{M_i}$  = Torque produzido pelo Motor  $M_i$  em torno do Centro de Gravidade da Aeronave

$\tau_\phi$  = Torque de Rolagem (*Roll*)

$\tau_\psi$  = Torque de Guinada (*Yaw*)

$\tau_\theta$  = Torque de Arfagem (*Pitch*)

$\phi$  = Ângulo de Rolagem (*Roll*) em torno do Eixo X

$\dot{\phi}$  = Velocidade Angular de Rolagem (*Roll*) em torno do Eixo x

$\ddot{\phi}$  = Aceleração Angular de Rolagem (*Roll*) em torno do Eixo X

$\phi(t)$  = Fluxo magnético no entreferro de ar

$\psi$  = Ângulo de Guinada (*Yaw*) em torno do Eixo Z

$\dot{\psi}$  = Velocidade Angular de Guinada (*Yaw*) em torno do Eixo z

$\ddot{\psi}$  = Aceleração Angular de Guinada (*Yaw*) em torno do Eixo Z

$\omega_i$  = Velocidade Angular do Motor  $M_i$

$\omega(t)$  = Velocidade Angular do Rotor no Domínio do Tempo

$\omega_m(t)$  = Velocidade Angular do Rotor Medida no Domínio do Tempo

$\omega_r(t)$  = Velocidade Angular do Rotor Real no Domínio do Tempo

$\Omega$  = Vetor de Velocidades Angulares

$\Omega^T$  = Vetor Transposto de Velocidades Angulares

$\Omega(s)$  = Velocidade Angular do Rotor no Domínio da Frequência

$\Omega_d(s)$  = Velocidade angular desejada do rotor no domínio da frequência

$\Omega_m(s)$  = Velocidade Angular Medida do Rotor no Domínio da Frequência

$\Omega_r(s)$  = Velocidade Angular Real do Rotor no Domínio da Frequência

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>21</b>
1.1	JUSTIFICATIVA	21
1.2	OBJETIVOS	22
1.3	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	22
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>24</b>
2.1	BREVE PANORAMA SOBRE QUADRICÓPTEROS	24
2.2	MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS	29
2.3	TÉCNICAS DE CONTROLE	31
<b>2.3.1</b>	<b>Controlador PID</b>	<b>32</b>
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>40</b>
3.1	CARACTERIZAÇÃO DO <i>HARDWARE</i>	40
<b>3.1.1</b>	<b>Estrutura do quadricóptero</b>	<b>40</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Motores de Corrente Contínua sem Escovas</b>	<b>41</b>
<b>3.1.3</b>	<b>Hélices</b>	<b>43</b>
<b>3.1.4</b>	<b>Controlador Eletrônico de Velocidade</b>	<b>43</b>
<b>3.1.5</b>	<b>Bateria</b>	<b>45</b>
<b>3.1.6</b>	<b>Controlador de voo</b>	<b>46</b>
<b>3.1.7</b>	<b>Sensores</b>	<b>48</b>
<b>3.1.8</b>	<b>Comunicação sem fio</b>	<b>51</b>
<b>3.1.9</b>	<b>Fonte de Alimentação (Regulador de Tensão)</b>	<b>52</b>
<b>3.1.10</b>	<b>Plataforma Arduino®</b>	<b>53</b>
3.2	CARACTERIZAÇÃO DOS <i>SOFTWARES</i>	54
3.3	METODOLOGIA	55
<b>4</b>	<b>MODELAGEM DINÂMICA E CONTROLE DO QUADRICÓPTERO</b>	<b>58</b>
4.1	MODELAGEM DINÂMICA DO SISTEMA	58
<b>4.1.1</b>	<b>Modelagem Dinâmica do Quadricóptero</b>	<b>61</b>
4.1.1.1	Coordenadas Generalizadas do Quadricóptero	62
4.1.1.2	Formalismo de Euler-Lagrange	63
4.1.1.3	Função de Lagrange	68
	<i>Parcela Translacional da Função de Lagrange</i>	<i>69</i>
	<i>Parcela Rotacional da Função de Lagrange</i>	<i>71</i>
4.1.1.4	Equações de movimento	73
<b>4.1.2</b>	<b>Modelagem Matemática do ESC</b>	<b>74</b>
<b>4.1.3</b>	<b>Modelagem Dinâmica do Sistema de Propulsão</b>	<b>75</b>
4.1.3.1	Modelo Eletromecânico dos Motores de Corrente Contínua sem Escovas	75
	<i>Subsistema Elétrico</i>	<i>75</i>

<i>Subsistema Mecânico</i> .....	81
4.1.3.2 Dinâmica das Hélices .....	82
<b>4.1.4 Modelagem Matemática dos Sensores</b> .....	<b>83</b>
4.2 PARÂMETROS DO QUADRICÓPTERO .....	83
<b>4.2.1 Fator de Empuxo dos Motores</b> .....	<b>84</b>
<b>4.2.2 Momento de Inércia do Rotor</b> .....	<b>85</b>
<b>4.2.3 Momento de Inércia da Hélice</b> .....	<b>86</b>
4.3 CONTROLE DO SISTEMA .....	87
<b>4.3.1 Função de Transferência da Planta para o Controle de Altitude</b> .....	<b>87</b>
<b>4.3.2 Função de Transferência do ESC</b> .....	<b>88</b>
<b>4.3.3 Função de Transferência do Sistema de Propulsão</b> .....	<b>89</b>
4.3.3.1 Função de Transferência dos Motores BLDC .....	89
4.3.3.2 Função de Transferência das Hélices .....	92
<b>4.3.4 Função de Transferência dos Sensores</b> .....	<b>93</b>
<b>4.3.5 Função de Transferência do Controlador PID</b> .....	<b>94</b>
<b>4.3.6 Função de Transferência de Malha Fechada</b> .....	<b>94</b>
4.3.6.1 Controle de Velocidade dos Motores .....	95
4.3.6.2 Controle de Altitude .....	96
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>98</b>
5.1 TESTE DE VOO .....	98
5.2 PARÂMETROS DO QUADRICÓPTERO .....	98
<b>5.2.1 Controle de Velocidade dos Motores</b> .....	<b>99</b>
<b>5.2.2 Controle de Altitude</b> .....	<b>101</b>
5.3 RESULTADOS COMPUTACIONAIS .....	106
<b>5.3.1 Controle de Velocidade dos Motores</b> .....	<b>106</b>
5.3.1.1 Sistema sem controlador .....	106
5.3.1.2 Sistema com controlador .....	108
<b>5.3.2 Controle de Altitude</b> .....	<b>111</b>
5.3.2.1 Sistema sem controlador .....	111
5.3.2.2 Sistema com controlador .....	113
5.4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	115
<b>5.4.1 Controle de Velocidade dos Motores</b> .....	<b>116</b>
5.5 COMPARAÇÃO: RESULTADOS COMPUTACIONAIS E EXPERIMENTAIS ....	119
<b>5.5.1 Controle de Velocidade dos Motores</b> .....	<b>119</b>
<b>6 CONCLUSÕES</b> .....	<b>121</b>
6.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	122
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>123</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Recentemente, várias pesquisas têm sido realizadas para o desenvolvimento de Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs). Os VANTs possuem tanto aplicações militares quanto civis, tais como: espionagem, patrulhamento de fronteiras, vigilância da guarda costeira, aquisição de alvos, reconhecimento aéreo do território inimigo, inspeção ambiental geográfica, avaliação da previsão do tempo, apoio à coordenação de combate a incêndios, missões de busca e salvamento, fotografia, filmagem para a indústria cinematográfica e eventos esportivos, utilização em coberturas jornalísticas, vigilância florestal, rondas em indústrias de grandes áreas, segurança, monitoramento de plantações e grandes rebanhos, inspeções de linhas de transmissão e distribuição elétrica, e fins educativos sendo utilizado como plataforma para teste de algoritmos de controle (LEE et al., 2011; SÁ, 2012; SÁ et al., 2013; JOYO et al., 2013). Dentro desse contexto, os principais problemas abordados na dissertação serão:

- Calibração do controlador eletrônico de velocidade, do inglês *Electronic Speed Controller* (ESC) para o controle de motores de corrente contínua sem escovas, do inglês *Brushless Direct Current* (BLDC);
- Modelagem de motores BLDC;
- Técnicas de controle aplicadas a motores BLDC;
- Aplicação de controle de motores BLDC em VANTs.

Dados os problemas abordados na dissertação, para a calibração do ESC para o controle dos motores serão utilizadas técnicas envolvendo aplicação de sinal de modulação por largura de pulso, do inglês *Pulse-Width Modulation* (PWM), o controle dos motores BLDC será realizado através de ESC e plataforma de prototipagem Arduino<sup>®</sup>, e para a modelagem do motor BLDC serão realizados estudos de seu funcionamento e experimentos para a identificação de seus parâmetros. A aplicação em VANT ocorrerá na forma computacional a fim de validar o projeto teórico a ser realizado a partir da modelagem dos motores.

### 1.1 JUSTIFICATIVA

Nos últimos anos, o interesse em plataformas autônomas, que sejam capazes de substituir o ser humano em certas atividades que possam ser perigosas para o mesmo, tem

crescido por parte de pesquisadores e empresas. A utilização dos VANTs tem se tornado uma alternativa para muitas dessas atividades (SÁ *et al.*, 2013). Possuem um vasto campo de aplicações nas áreas de pesquisas voltadas para a Engenharia Mecânica, militares e industriais. Entre suas aplicações, destacam-se na área de Engenharia Elétrica a inspeção e o diagnóstico em sistemas elétricos de geração, transmissão e distribuição de energia. Em situações desta natureza, um modelo de aeronave indicado é a do quadricóptero, por possuir grande estabilidade e precisão de manobras (VILAS BOAS, VILAS BOAS e HONÓRIO, 2013). Dessa forma, com esta pesquisa busca-se adquirir conhecimentos e experiência com VANTs e para isso exige estudos multidisciplinares nas áreas de eletrônica digital, microcontroladores, protocolos de comunicação, programação em *hardware*, modelagem e teoria de controle. Com isso, este trabalho contribui para o início de novas pesquisas nesta área na Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA).

## 1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é controlar o sistema de propulsão de um Veículo Aéreo Não Tripulado do tipo quadricóptero para aplicação no controle de altitude do mesmo em ambientes fechados.

Para se atingir o objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Realizar levantamento dos componentes do quadricóptero;
- Modelar o quadricóptero com base nos componentes;
- Calibrar e modelar o sistema de propulsão;
- Projetar o controle do sistema de propulsão com base nas especificações desejadas;
- Realizar simulações aplicando o controle do sistema de propulsão no controle de altitude do quadricóptero com o auxílio de ferramentas computacionais.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O capítulo 2 visa apresentar a revisão da literatura, onde são contempladas pesquisas no Brasil e no mundo relacionadas a VANTs e em seguida são retratadas a modelagem de sistemas

dinâmicos e as técnicas de controle comumente utilizadas no controle de quadricópteros. No capítulo 3 são descritas as configurações de *hardware* e *software* do quadricóptero, bem como a metodologia da pesquisa. O capítulo 4 descreve a modelagem dinâmica do sistema proposto através do formalismo de Euler-Lagrange, para que posteriormente os parâmetros do quadricóptero obtidos através de experimentos sejam utilizados na proposta de uma técnica de controle para o controle de velocidade dos motores e o controle de altitude do quadricóptero, ambos utilizando um controlador Proporcional Integral Derivativo (PID). O capítulo 5 mostra resultados de testes referentes à identificação de alguns parâmetros do quadricóptero necessários para o controle de velocidade dos motores e o controle de altitude, resultados computacionais dos controles realizados no Simulink<sup>®</sup>/MATLAB e resultados experimentais referentes ao controle de velocidade dos motores. Por fim, o capítulo 6 apresenta conclusões e propostas para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

O presente capítulo visa apresentar a revisão da literatura base do desenvolvimento dessa dissertação. O mesmo contempla algumas pesquisas no Brasil e no mundo a respeito de quadricópteros, além de alguns comercialmente disponíveis, posteriormente explana a modelagem de sistemas dinâmicos e por fim é apresentada uma breve explanação sobre técnicas de controle.

### 2.1 BREVE PANORAMA SOBRE QUADRICÓPTEROS

Nos últimos anos, devido ao avanço da tecnologia em miniaturização de sensores e processadores, muitos VANTs têm sido desenvolvidos, tanto para propósitos comerciais quanto para pesquisa (SÁ *et al.*, 2013). Diversas pesquisas em laboratórios e universidades iniciaram projetos de quadricópteros, porém o desenvolvimento completo de voo autônomo em todos os ambientes ainda é um desafio (WIEREMA, 2008).

A maioria dos projetos relacionados a VANTs costumavam ser baseados em quadricópteros disponíveis comercialmente, posteriormente modificados para terem mais capacidades sensoriais e de comunicação (BOUABDALLAH e SIEGWART, 2007), porém atualmente é uma prática comum que cada grupo de pesquisa desenvolva sua própria aeronave (SÁ *et al.*, 2013).

Nas Figuras 1, 2, 3, 4 e 5 são apresentados modelos de VANTs disponíveis no mercado comercial e que são utilizados para *hobby* e pesquisa.

Figura 1 – Parrot AR.Drone®



Fonte: Parrot AR.Drone, 2014.



Figura 2 – Draganflyer® X4-C



Fonte: Draganfly, 2014.

Figura 3 – AsTec Hummingbird®



Fonte: AscTec, 2014.

Figura 4 – DJI Phantom®



Fonte: Phantom Brasil, 2014.

Figura 5 – DJI Inspire®



Fonte: Drones Brasil, 2015.

No mundo, diversos projetos de pesquisa bem-sucedidos envolvendo VANTS do tipo quadricóptero foram propostos, assim como o X4-flyer estudado em Guenard, Hamel e Eck (2006), Guenard, Hamel e Mahony (2008) e Pounds, Mahony e Corke (2010); o OS4 em Bouabdallah, Murrieri e Siegwart (2004), Bouabdallah (2007) e Bouabdallah e Siegwart (2007); o STARMAC em Hoffmann *et al.* (2004) e Hoffmann *et al.* (2011); o Pixhawk em Meier *et al.* (2011); o Paparazzi em Gati (2013) e o Mesicopter em Fay (2001). Além do Pixhawk e do Paparazzi, Lim *et al.* (2012) também apresenta outros projetos de pesquisa, como o Arducopter, Openpilot, Mikrokopter, KKmulticopter e o Multiwii.

No Brasil, há também diversos grupos realizando pesquisas sobre quadricópteros e produzindo dissertações como Guimarães (2012) e Sá (2012); artigos nacionais como Brandão *et al.* (2012-1), Brandão *et al.* (2012-2); Vilas Boas, Vilas Boas e Honório (2013), Silva *et al.* (2013) e Lima *et al.* (2014); e artigos internacionais como Sá *et al.* (2013), Guimarães *et al.* (2012) e Nascimento *et al.* (2012).

Em alguns trabalhos, como em Lima *et al.* (2014), foi proposta a modelagem dinâmica de um quadricóptero, porém não foi incluído o projeto de *hardware*. Esse tipo de atividade requer um trabalho extra para integrar todos os sensores em um sistema embarcado e depois escrever algoritmos de controle com base no modelo dinâmico proposto e sobre as restrições de *hardware*. A representação do modelo dinâmico de um VANT do tipo quadricóptero foi proposta a partir do formalismo de Euler-Lagrange, para que posteriormente a mesma seja utilizada no projeto de uma estratégia de controle para seguimento de uma trajetória. O sistema em questão possui seis Graus de Liberdade, do inglês *Degrees of Freedom*, (6 DOF) e é composto por quatro rotores simetricamente distribuídos. A formulação apresentada buscou manter um compromisso entre complexidade e realismo.

Em Brandão *et al.* (2012-1) propõe-se a representação do modelo dinâmico de baixo e alto nível de um quadricóptero disponível comercialmente, o Parrot AR.Drone<sup>®</sup>, utilizando o formalismo de Euler-Lagrange. Por fim, faz-se a representação do modelo segundo a forma subatuada<sup>1</sup>, a qual visa facilitar a proposta de um controlador não linear baseado na técnica de linearização parcial por retroalimentação, cuja demonstração de estabilidade pode ser dada através da Teoria de Lyapunov aplicada a sistemas não lineares, apresentada em Brandão *et al.* (2012-2).

---

<sup>1</sup> Um sistema subatuado é um sistema mecânico que possui menos atuadores que graus de liberdade.

Em outros trabalhos, como em Silva *et al.*, 2013, foi apresentado o desenvolvimento de um *hardware* para o controle autônomo embarcado de um quadricóptero, além de apresentar os princípios de voo de aeronaves como também uma fundamentação teórica quanto ao sistema de navegação para a seleção adequada dos sensores e outros componentes do *hardware* proposto. O sistema final integra uma placa controladora de voo, ArduPilot Mega<sup>®</sup>, e um microcontrolador, STM32F4. Também foi utilizado um *software* para estação de terra, o Mission Planner<sup>®</sup>. Os resultados obtidos mostram o funcionamento adequado do sistema, o qual apresenta um relevante potencial para o incentivo de diversas pesquisas no âmbito do controle autônomo de VANTs. O projeto encontra-se em andamento restando a integração do microcontrolador com a placa controladora.

Em Nascimento *et al.* (2012) apresenta-se um projeto completo de um VANT autônomo do tipo quadricóptero para aplicações em Robótica de Enxame<sup>2</sup>. Este trabalho está inserido em um projeto de pesquisa onde o quadricóptero foi modelado, pelo formalismo de Euler-Lagrange, e projetado para ser testado em seguida, em uma situação do mundo real. As equações dinâmicas de controle foram modificadas para incluir o comportamento de Robô de Enxame. Em trabalhos futuros os autores pretendem implementar o projeto apresentado em aplicações de controle de fronteira.

Em Guimarães (2012) e Guimarães *et al.* (2012) é apresentado o progresso no desenvolvimento de um quadricóptero como uma plataforma robótica aérea completamente autônoma. O quadricóptero é dotado de quatro rotores distribuídos nas extremidades de uma estrutura mecânica simples em forma de "X". O objetivo do trabalho foi construir e estabilizar um quadricóptero completamente autônomo, com alta capacidade de carga, em uma determinada altitude, sob ângulos de rolagem, guinada e arfagem pré-definidos. A abordagem de controle de estabilização baseia-se numa transformação das variáveis de entrada do sistema afim de realizar o controle de forma desacoplada. A estratégia proposta se baseia na divisão do problema de controle em dois níveis hierárquicos: o nível inferior, objeto do trabalho, mantém os ângulos e a altitude do veículo em valores desejados, enquanto o nível superior estabelece referências adequadas para o nível inferior, de forma a executar os movimentos desejados. Uma arquitetura de *hardware* e *software* foi desenvolvida e implementada para um protótipo experimental utilizado para testar e validar a abordagem de controle proposta. Um controlador

---

<sup>2</sup> A Robótica de Enxame é a união da robótica e da Inteligência de Enxame onde cada robô age como uma partícula dentro de um enxame. A Inteligência de Enxame, um tipo de inteligência artificial, é um conjunto de técnicas biologicamente inspiradas no comportamento social de animais, como abelhas, formigas, peixes, entre outros.

PID foi utilizado, mostrando bom desempenho, mesmo na presença de distúrbios. Atualmente, um controlador baseado em servovisão para o controle de posição está em desenvolvimento. Um alto nível de ruído foi encontrado na medição do sensor ultrassônico utilizado na malha de controle de posição. Para melhorar o controle de altitude, um filtro de fusão baseado em sonar, acelerômetros e altímetro está sendo implementado.

Em Sá (2012) e Sá *et al.* (2013) é apresentado o desenvolvimento de um VANT do tipo quadricóptero, o seu modelo dinâmico, além das simulações e dos testes de um controlador PID embarcado para estabilização (movimentação na direção vertical) da estrutura projetada. No projeto do quadricóptero é detalhado cada componente utilizado para a construção mecânica da plataforma, incluindo os sensores utilizados para navegação e os módulos utilizados para comunicação sem fio com um computador. O modelo matemático do quadricóptero foi baseado no formalismo de Newton-Euler. Foi apresentado o projeto do sistema microcontrolado utilizado para o controlador PID, utilizado para estabilização, bem como a simulação do controlador PID clássico e uma variação do controlador PID em ambiente Simulink<sup>®</sup>/MATLAB, sendo os testes posteriormente realizados na estrutura desenvolvida. Foi possível verificar a eficiência do controlador proposto para estabilizar a plataforma desenvolvida. No entanto, ainda há a necessidade de melhorias em leituras de sensores, porque a plataforma real de sensores escolhida, e a forma que esta foi feita, fez com que a leitura ficasse com bastante ruído.

Em Brandão *et al.* (2012-2) é proposto um controlador de baixo e alto nível não linear subatuado, capaz de guiar um VANT, o Parrot AR.Drone, em missões de voo 3D. Um controlador baseado na teoria de Lyapunov e técnicas de linearização por retroalimentação parcial foi projetado para estabilizar a aeronave, além de possibilitar a realização de manobras de posicionamento e seguimento de trajetória. A estabilidade do sistema de controle em malha fechada é demonstrada para tal VANT. A eficiência do controlador proposto ao guiar o veículo durante o cumprimento de uma tarefa de voo foi observada através de missões simuladas, em uma plataforma de simulação desenvolvida em MATLAB<sup>®</sup>, na presença de um distúrbio Gaussiano contínuo, simulando situações de rajada de vento. Além disto, o controlador foi capaz de estabilizar a aeronave em missões experimentais de controle de altitude e guinada, para seguimento de trajetória e posicionamento, validando assim, o controlador e o modelo propostos.

Há ainda trabalhos onde diferentes técnicas de controle para quadricóptero são comparadas. Em Vilas Boas, Vilas Boas e Honório (2013) são comparadas as técnicas de controle PID, Regulador Quadrático Linear, do inglês *Linear Quadratic Regulator* (LQR), e *Backstepping* para a estabilização e segurança de quadricópteros em situações diversas. Os controladores projetados foram simulados no Simulink<sup>®</sup> e testados em voo real. Uma mesma entrada foi aplicada em cada controlador para que fosse possível fazer a comparação do desempenho de cada um. Para comparar os resultados reais obtidos, o erro médio quadrático (EMQ) entre o valor de referência, que é a entrada do sistema simulado, e o valor medido do ângulo foi calculado para cada controlador. Os resultados obtidos permitiram concluir que o controlador *Backstepping* (técnica não linear) foi o que apresentou o melhor resultado, porém os controladores PID e LQR (técnicas lineares) também apresentaram bons resultados, onde o LQR otimiza os ganhos do controlador, sendo, portanto, melhor que o controlador PID. O projeto em que este trabalho está inserido tem como finalidade o desenvolvimento de uma aeronave autônoma capaz de realizar vistorias em subestações elétricas, linhas de transmissão e isoladores.

O estudo referente às pesquisas no Brasil e no mundo foi essencial para o projeto do quadricóptero proposto neste trabalho. Uma vez que o quadricóptero é desenvolvido, o sistema dinâmico em questão pode ser modelado matematicamente.

## 2.2 MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

A navegação de um VANT ocorre pela ação conjunta da modelagem deste veículo e da proposta de um controlador capaz de guiá-lo em missões de voo predefinidas (BRANDÃO *et al.*, 2012-1). A modelagem faz parte do estudo de sistemas dinâmicos que se divide nas seguintes fases (SOUZA e PINHEIRO, 2008, p. 2):

- Modelagem matemática;
- Determinação das características dinâmicas, que implica em um levantamento prévio de dados, já que propriedades intrínsecas do sistema são consideradas. Como exemplo, pode-se citar inércia, amortecimento e atrito;
- Análise, que consiste em, através de uma metodologia qualquer, analisar a resposta do sistema a uma entrada, excitação ou distúrbio.

A fase da modelagem consiste em representar um sistema físico qualquer através de um modelo matemático que permita um estudo analítico coerente com o comportamento do sistema na prática. Assim, os resultados obtidos devem representar, da maneira mais fidedigna possível, o sistema analisado. A fase de modelagem é vital, uma vez que o compromisso entre precisão e complexidade do modelo em relação à dificuldade de obtenção da resposta deve ser assumido. A complexidade de se modelar um sistema dinâmico depende fundamentalmente do conhecimento que se tem desse sistema (SOUZA e PINHEIRO, 2008, p. 1).

No que diz respeito à modelagem matemática de VANTs, existem duas abordagens: uma baseada nas equações físicas do sistema e outra baseada em técnicas de identificação de sistemas. Tais abordagens não são excludentes e muitas vezes faz-se necessário a utilização de uma para simplificação da outra. Em termos gerais, a primeira abordagem utiliza as equações de movimento da mecânica para representação de um sistema físico, enquanto a segunda estima o modelo dinâmico de um sistema físico com base nos dados de excitação e de resposta deste sistema (BRANDÃO *et al.*, 2012-1).

Em termos de modelagem matemática, quando um VANT está realizando uma manobra aérea, o mesmo está sujeito a ação de forças externas, o que possibilita sua representação de um corpo rígido no espaço tridimensional (BRANDÃO *et al.*, 2012-1).

Na literatura, duas abordagens clássicas são utilizadas para a modelagem matemática de veículos aéreos: o formalismo de Newton-Euler (SÁ *et al.*, 2013) e o formalismo de Euler-Lagrange (NASCIMENTO *et al.*, 2012; BRANDÃO *et al.*, 2012-1; BRANDÃO *et al.*, 2012-2; LEE *et al.*, 2011; LIMA *et al.*, 2014).

Quando se opta por uma estratégia de modelagem matemática, a principal diferença está no sistema de referência adotado. Comumente, os sistemas modelados segundo Newton-Euler apresentam o sistema de referências localizado no centro de massa da aeronave, enquanto aqueles descritos por Euler-Lagrange possuem o sistema de referência coincidente com o referencial inercial. Ambos os processos de modelagem alcançam a representação do modelo dinâmico de um corpo rígido, embora a diferença esteja em uma forma de representação. Nos modelos de Newton-Euler, encontra-se a representação apresentada na Equação 1 (BRANDÃO *et al.*, 2012-1).

$$\dot{x}(t) = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (1)$$

Onde:

$\mathbf{x}$  = Representação das Variáveis de Controle (Postura da Aeronave)

$\mathbf{u}$  = Representação dos Sinais de Controle

$f(\cdot)$  = Função normalmente não linear dependente do tempo, que relaciona o vetor de estados com as entradas de controle.

Por outro lado, os modelos de Euler-Lagrange são representados na forma apresentada na Equação 2 (BRANDÃO *et al.*, 2012-1).

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{D} \quad (2)$$

Onde:

$\mathbf{q}$  = Vetor de Estados

$\mathbf{M}$  = Matriz de Inércia

$\mathbf{C}$  = Matriz de Forças Centrípetas de Coriolis

$\mathbf{F}$  = Vetor de Fricção

$\mathbf{G}$  = Vetor de Forças Gravitacionais

$\boldsymbol{\tau}$  = Vetor Contendo os Sinais de Controle Aplicados ao Veículo

$\mathbf{D}$  = Vetor de Distúrbios

Neste contexto, esta dissertação propõe a modelagem dinâmica de um quadricóptero abordando o formalismo de Euler-Lagrange, por possuir a mesma forma em qualquer sistema de coordenadas generalizadas e ser mais adequado a generalizações, seguida do seu projeto de controle.

### 2.3 TÉCNICAS DE CONTROLE

Em se tratando de VANTS, há trabalhos que utilizam tanto técnicas de Controle Linear, como o PID e o LQR, quanto técnicas de Controle Não Linear, como Linearização por

Realimentação (*Feedback Linearization*), Controle por Modos Deslizantes (*Sliding Mode Control*), *Backstepping*, *Backstepping* Integral, DSC (*Dynamic Surface Control*), Controle Neural Adaptativo e Lógica *Fuzzy*; ou ainda apresentam propostas para a implementação de tais controles.

O controle PID foi utilizado em Joyo *et al.* (2013), Sá *et al.* (2013), Lim *et al.* (2012), Vilas Boas, Vilas Boas e Honório (2013), Guimarães *et al.* (2012) e Li e Li (2011); o LQR utilizado em Vilas Boas, Vilas Boas e Honório (2013); a Linearização por Realimentação proposta em Brandão *et al.* 2012-1 e Brandão *et al.* (2012-2); o *Backstepping* utilizado em Vilas Boas, Vilas Boas e Honório (2013) e Mian e Daobo (2008); o *Backstepping* Integral em Bouabdallah e Siegwart (2007) e o DSC em Lee *et al.* (2011).

Várias dessas técnicas de controle têm sido propostas para o controle de altitude de um quadricóptero, como em Lee *et al.* (2011) e Joyo *et al.* (2013).

Nesta dissertação, a técnica de Controle PID é apresentada por ser uma técnica de controle amplamente utilizada na área acadêmica e desta forma iniciar o estudo de controle antes de partir para técnicas mais avançadas de controle não linear.

### 2.3.1 Controlador PID

O Controlador Proporcional Integral Derivativo ou Controlador PID, é uma técnica de controle de processos que combina ações de Controle Proporcional, de Controle Integral e de Controle Derivativo. Essa ação combinada tem as vantagens individuais de cada uma das três ações de controle (OGATA, 2011, p. 21).

O Termo Proporcional pode ser representado no domínio do tempo, Equação 3, e no domínio da frequência, Equação 4. A função de transferência é apresentada na Equação 5.

$$u_p(t) = K_P e(t) \quad (3)$$

$$U_P(s) = K_P E(s) \quad (4)$$

$$\frac{U_P(s)}{E(s)} = K_P \quad (5)$$



Onde:

$K_p$  = Ganho Proporcional

$u_p(t)$  = Termo Proporcional no Domínio do Tempo

$U_p(s)$  = Termo Proporcional no Domínio da Frequência

$e(t)$  = Sinal de Erro atuante no Domínio do Tempo

$E(s)$  = Sinal de Erro atuante no Domínio da Frequência

O Termo Integral pode ser representado no domínio do tempo, Equação 6, e no domínio da frequência, Equação 7. A função de transferência é apresentada na Equação 8.

$$u_I(t) = K_I \int_0^t e(t) dt \quad (6)$$

$$U_I(s) = \frac{K_I}{s} E(s) \quad (7)$$

$$\frac{U_I(s)}{E(s)} = \frac{K_I}{s} \quad (8)$$

Onde:

$K_I$  = Ganho Integral

$u_I(t)$  = Termo Integral no Domínio do Tempo

$U_I(s)$  = Termo Integral no Domínio da Frequência

$e(t)$  = Sinal de Erro atuante no Domínio do Tempo

$E(s)$  = Sinal de Erro atuante no Domínio da Frequência

O Termo Derivativo pode ser representado no domínio do tempo, Equação 9, e no domínio da frequência, Equação 10. A função de transferência é apresentada na Equação 11.

$$u_D(t) = K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (9)$$

$$U_D(s) = K_D s E(s) \quad (10)$$

$$\frac{U_D(s)}{E(s)} = K_D s \quad (11)$$

Onde:

$K_D$  = Ganho Derivativo

$u_D(t)$  = Termo Derivativo no Domínio do Tempo

$U_D(s)$  = Termo Derivativo no Domínio da Frequência

$e(t)$  = Sinal de Erro atuante no Domínio do Tempo

$E(s)$  = Sinal de Erro atuante no Domínio da Frequência

Por fim, o Controlador PID é representado no domínio do tempo, Equações 12 e 13, e no domínio da frequência, Equações 14 e 15. A função de transferência é apresentada na Equação 16.

$$u_{PID}(t) = u_P(t) + u_I(t) + u_D(t) \quad (12)$$

$$u_{PID}(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (13)$$

$$U_{PID}(s) = U_P(s) + U_I(s) + U_D(s) \quad (14)$$

$$U_{PID}(s) = \left( K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \right) E(s) = \left( \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \right) E(s) \quad (15)$$

$$\frac{U_{PID}(s)}{E(s)} = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \quad (16)$$

A equação do controlador PID utilizada pelo Simulink<sup>®</sup> é dada pela Equação 17 e seu diagrama de blocos respectivo é apresentado na Figura 6. O bloco de filtro está incluído no termo derivativo para se obter uma resposta mais eficiente (RIDWAN, BONY e AZAD, 2012).

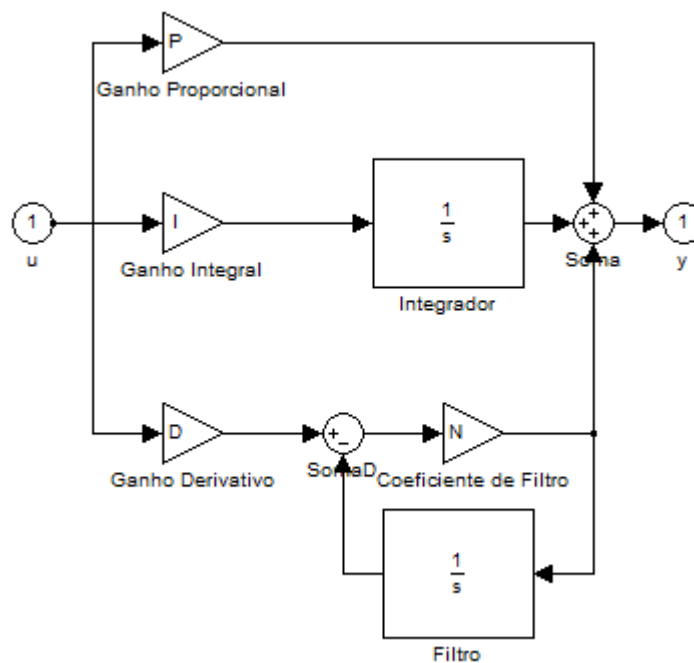
Essa eficiência está associada à filtragem componentes de ruído do processo e de medição de alta frequência (PERSECHINI, 2011).

$$\frac{U_{PID}(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D \frac{N}{1 + \frac{1}{s}} \quad (17)$$

Onde:

$N$  = Coeficiente de filtro

Figura 6 – Diagrama do Controlador PID do Simulink®



Fonte: Autoria Própria.

O processo de selecionar os parâmetros do controlador que garantem dada especificação de desempenho é conhecido como sintonia do controlador (OGATA, 2011, p. 522). O projeto do controlador PID consiste em ajustar os ganhos, ou seja, otimizar os parâmetros, e será utilizado no controle de velocidade dos motores e no controle de altitude do quadricóptero.

Segundo Habib (2014, p. 353), técnicas de sintonia de controlador PID assim como Ziegler-Nichols não são adequadas para um sistema altamente não-linear. Ogata (2011, p. 522) afirma que as regras de Ziegler-Nichols são indicadas para os casos em que os modelos matemáticos das plantas são desconhecidos. Nos casos em que os modelos matemáticos são

conhecidos, as regras de Ziegler-Nichols apenas fornecem estimativas para os valores definitivos de sintonia e em seguida deve ser realizada uma série de sintonias finas até que um resultado aceitável seja obtido. Um método de sintonia indicado para um sistema não-linear seria o ajuste manual dos ganhos (HABIB, 2014, p. 353).

Quatro características principais da resposta ao degrau de uma malha fechada são apresentadas a seguir e mostradas na Figura 7 referente à resposta ao degrau unitário típica de um sistema de controle.

- Tempo de Subida (*Rise Time*): o tempo necessário para a resposta ao degrau subir de 10% até 90% do valor final (GOLNARAGHI e KUO, 2012, p. 235).
- Máximo sobressinal ou Sobressinal ou Máxima Ultrapassagem ou Ultrapassagem ou Sobrevalor Máximo (*Overshoot*): valor máximo (percentual) de pico da curva de resposta, medido a partir do valor final (OGATA, 2010, p. 154).
- Tempo de Acomodação ou Tempo de Assentamento (*Settling Time*): o tempo necessário para que a resposta ao degrau alcance e permaneça dentro de uma faixa de  $\pm 2\%$  em torno do valor em regime permanente (NISE, 2014, p. 134).
- Erro Estacionário ou Erro de Regime Estacionário (*Steady-state Error*): a diferença entre a saída em regime permanente e a saída desejada (ZHONG, 2006). O cálculo do erro estacionário é obtido pelas Equações 18, 19, 20 e 21 (GOLNARAGHI e KUO, 2012, p. 236).

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (18)$$

$$\text{erro estacionário} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \quad (19)$$

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (20)$$

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)} \quad (21)$$

Onde:

$e(t)$  = Erro do sistema no domínio do tempo

$r(t)$  = Entrada (referência) no domínio do tempo

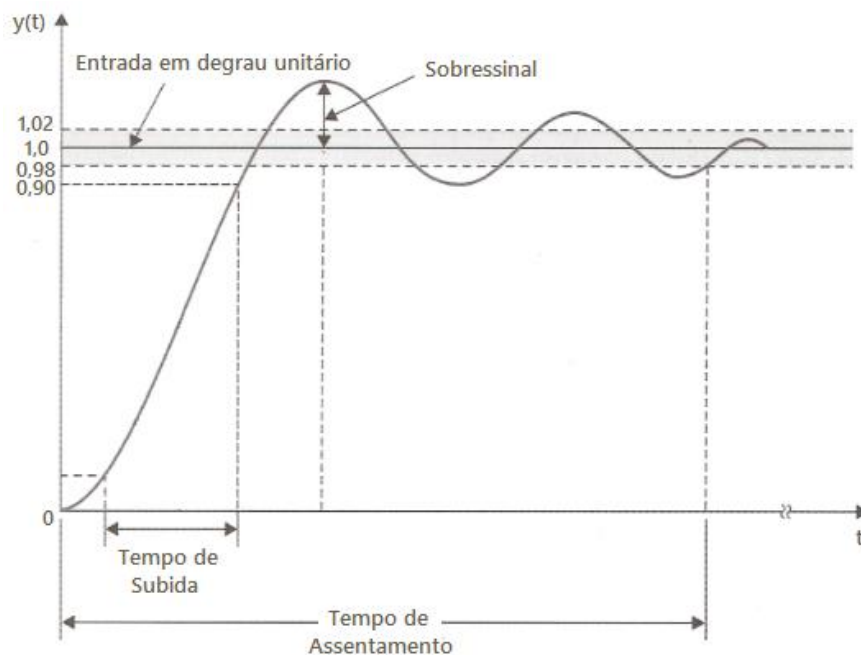
$y(t)$  = Saída no domínio do tempo

$e(\infty)$  = Erro estacionário

$R(s)$  = Entrada (referência) no domínio da frequência

$G(s)$  = Função de transferência de malha aberta no domínio da frequência

Figura 7 – Resposta de um degrau unitário típica de um sistema de controle



Fonte: Adaptado de Golnaraghi e Kuo, 2012, p. 236.

Com o método de sintonia manual são considerados inicialmente que os valores  $K_I$  e  $K_P$  sejam zero. Aumenta-se  $K_P$  até que a saída do sistema oscile e depois o  $K_P$  deve ser ajustado para aproximadamente a metade desse valor para um tipo de resposta com declínio de um quarto da amplitude (*quarter amplitude decay*). Em seguida, aumenta-se  $K_I$  até que qualquer erro estacionário seja minimizado em tempo suficiente para o processo. No entanto, um  $K_I$  muito alto irá causar instabilidade. Por fim, aumenta-se  $K_D$ , se necessário, até que a malha esteja aceitavelmente rápida para alcançar sua referência após uma perturbação de carga. No entanto, um  $K_D$  muito alto irá causar resposta e sobressinal excessivos. Um ajuste de malha PID rápido geralmente ultrapassa (causa sobressinal) ligeiramente para atingir o valor desejado (*setpoint*) mais rapidamente; no entanto, alguns sistemas não podem aceitar que haja sobressinal, caso em

que é necessário um sistema de malha fechada superamortecido, o qual exigirá um ajuste para  $K_P$  significativamente menor do que a metade do ajuste do  $K_P$  que estava causando oscilação (KURIEN, PRAYAGKAR e RAJESHIRKE, 2014; HABIB, 2014, p. 353). A Tabela 1 apresenta os efeitos do aumento dos parâmetros  $K_P$ ,  $K_I$  e  $K_D$  no controle PID.

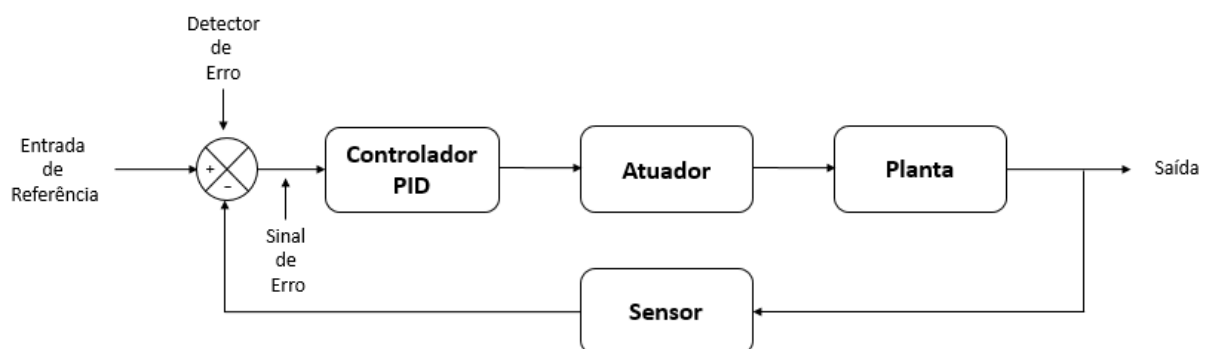
Tabela 1 – Efeitos no aumento de um parâmetro independentemente

Parâmetro	Tempo de Subida	Sobressinal	Tempo de Acomodação	Erro Estacionário
$K_P$	Diminuição	Aumento	Pequena mudança	Diminuição
$K_I$	Diminuição	Aumento	Aumento	Diminuição significativa
$K_D$	Pequena diminuição	Diminuição	Diminuição	Sem efeito em teoria

Fonte: Habib, 2014; Kurien, Prayagkar e Rajeshirke, 2014.

Um Controlador Automático compara o valor real de saída da planta com a entrada de referência (valor desejado), determina o desvio e produz um sinal de controle que reduzirá o desvio a zero ou a um valor pequeno. A maneira pela qual o controlador automático produz o sinal de controle é chamada de ação de controle. A Figura 8 apresenta um Diagrama de Blocos de um Sistema de Controle de Malha Fechada, o qual consiste um controlador automático (o controlador PID), um atuador, uma planta e um sensor (elemento de medição). O controlador detecta o sinal de erro atuante, o qual normalmente é de potência muito baixa, e o amplifica a um nível suficientemente alto. A saída de um controlador automático alimenta um atuador, como um motor elétrico (OGATA, 2011, p. 18).

Figura 8 – Diagrama de Blocos do Controle de Malha Fechada



Fonte: Autoria Própria.

O atuador é um dispositivo de potência que produz o sinal de entrada na planta de acordo com o sinal de controle, de modo que a saída se aproxime do sinal de entrada de referência (OGATA, 2011, p. 18).

O sensor, ou elemento de medição, é um dispositivo que converte a variável de saída em uma outra variável conveniente, como deslocamento, pressão, tensão, entre outros, que pode ser utilizado para comparar a saída ao sinal de entrada de referência. Esse elemento está no ramo de realimentação do sistema de malha fechada. O ponto de ajuste do controlador deve ser convertido em um sinal de referência com as mesmas unidades do sinal de realimentação que vem do sensor ou do elemento de medição (OGATA, 2011, p. 19).

Ao longo da Revisão da Literatura foram apresentadas pesquisas envolvendo quadricópteros, bem como quadricópteros comercialmente disponíveis. Em seguida foi discutido acerca de modelagem de sistemas dinâmico e técnicas de controle. A abordagem escolhida para a modelagem do quadricóptero foi o formalismo de Euler-Lagrange e a técnica de controle foi o Controle PID. A revisão da literatura contribui como uma base teórica para o presente trabalho. Com isso, o quadricóptero foi projetado e seu *hardware* está apresentado no Capítulo 3, o qual é referente aos Materiais e Métodos, para posteriormente ser modelado e seu controle projetado.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Para que o controle de altitude de um quadricóptero seja realizado com autonomia, assim como o de atitude e o de posição horizontal, é necessário que haja em primeiro lugar o projeto correto do sistema. Portanto, neste capítulo são descritas as configurações de *hardware* e *software* do quadricóptero, bem como a metodologia da pesquisa.

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DO *HARDWARE*

A arquitetura de *hardware* do sistema do quadricóptero é composta de: *frame* (estrutura do quadricóptero), hélices, controlador de voo ou outra unidade microcontroladora, do inglês *Micro Controller Unit* (MCU); sensores, motores, controlador de velocidade eletrônico, baterias, transmissor rádio-controlado, receptor ou/e outro sistema de comunicação sem fio.

Os componentes utilizados foram determinados de acordo com o sucesso de outras plataformas de quadricóptero, tais como as descritas em Lee *et al.* (2011), Lim *et al.* (2012), Sá *et al.* (2013), Silva *et al.* (2013) e Høglund (2014).

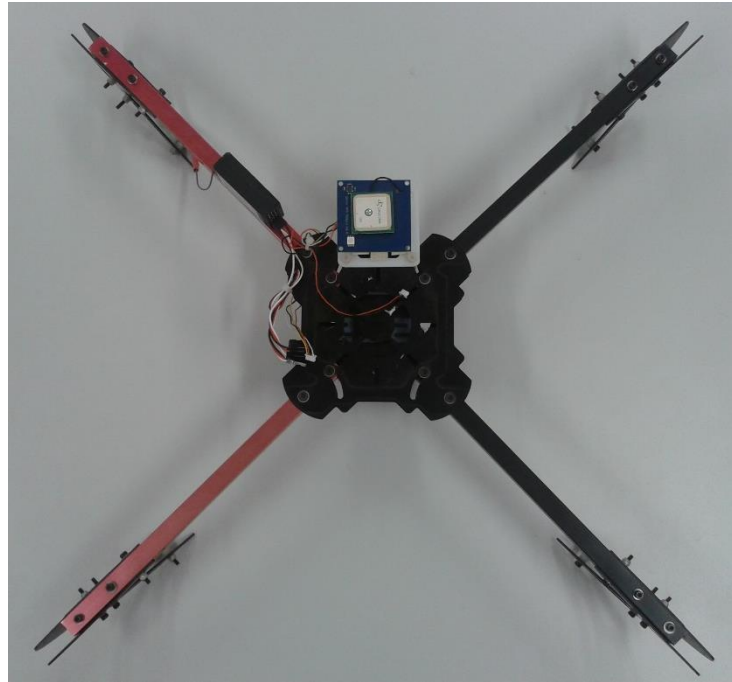
A seguir são apresentados os componentes do quadricóptero já citados anteriormente e suas características.

##### 3.1.1 Estrutura do quadricóptero

O modelo da estrutura, mais conhecido por *frame*, do quadricóptero utilizado é o X525 V3, construído com material de fibra de vidro em forma de “U” e possui 58 cm entre os eixos.

O *frame*, que é apresentado na Figura 9, foi organizado em forma de cruz e é utilizado como principal base da estrutura.



Figura 9 – *Frame*

Fonte: Autoria própria.

### 3.1.2 Motores de Corrente Contínua sem Escovas

Segundo Bolton (2010, p. 229 e 230) os motores de Corrente Contínua (CC) podem ser divididos em dois grupos principais: os que utilizam escovas para fazer contato com um anel comutador montado no rotor para comutar a corrente de uma bobina do rotor para a outra, e os que não usam escovas. O rotor é a parte rotativa do motor que gira no campo de um ímã permanente ou de um eletroímã, sendo esse denominado de estator, visto ser estacionário.

O motor utilizado neste trabalho é um motor de corrente contínua sem escovas (BLDC), modelo A2212/13T, o qual é apresentado na Figura 10. O sistema de propulsão do quadricóptero é constituído por quatro motores BLDC e quatro hélices.

Figura 10 – Motor de Corrente Contínua sem Escovas



Fonte: Autoria Própria.

Os motores CC com escovas possuem rotor constituído de uma bobina enrolada na armadura<sup>3</sup> e estator composto de polos de campo de ímã permanente ou eletroímã que produzem um campo magnético. Ao contrário dos motores CC com escovas, o motor BLDC utilizado possui rotor externo constituído de ímã permanente e estator interno composto de três bobinas enroladas também conhecidas como fases (BOLTON, 2010, p. 230). O motor utilizado possui 12 enrolamentos distribuídos entre suas 3 fases.

Uma das vantagens do motor BLDC sobre os motores CC convencionais é a ausência de um comutador eletromecânico e de escovas. Quando comparados com os motores CC com escovas, os motores BLDC têm maior eficiência, menor ruído e menor relação entre suas dimensões e a potência que podem desenvolver (D'AVILA *et al.*, 2011), além de um alto desempenho juntamente com confiabilidade e baixo índice de manutenção e capacidade de altas velocidades devido à falta de escovas (BOLTON, 2010, p. 237). Como principal desvantagem, os motores BLDC apresentam custo mais elevado devido à necessidade de um circuito de acionamento e controle de velocidade dedicado (SILVA *et al.*, 2013).

Os principais parâmetros para a escolha dos motores BLDC são: tensão de trabalho, corrente máxima e constante de velocidade (ou constante do motor),  $K_v$ , que é relação entre a velocidade e a tensão, geralmente dada em rpm/V, e que determina a rotação máxima que o motor pode atingir (SILVA *et al.*, 2013). No caso do motor selecionado, serão realizados experimentos para a identificação desses parâmetros.

---

<sup>3</sup> Cilindro de material magnético.

### 3.1.3 Hélices

Além dos quatro BLDC, o sistema de propulsão é constituído por quatro hélices, apresentadas na Figura 11.

Figura 11 – Hélices



Fonte: Autoria própria.

As hélices utilizadas são do modelo 1045 (10×4,5), com duas pás cada, onde são duas com direção para o sentido horário e duas reversas para o sentido anti-horário.

### 3.1.4 Controlador Eletrônico de Velocidade

O acionamento do motor BLDC é realizado por meio de um dispositivo controlador eletrônico de velocidade (ESC), o qual é capaz de controlar a velocidade de giro deste tipo de motor. Seu acionamento é por PWM com frequência de 50 Hz e razão cíclica de 10% a 20%, portanto pulsos de 1 ms equivalem ao motor parado e 2 ms em rotação máxima (SILVA *et al.*, 2013).

Para os motores BLDC, não basta ajustar a intensidade de fluxo do campo ou a tensão da armadura, como nos motores de corrente contínua com escova. A maneira correta de se controlar a velocidade é variando a frequência das correntes entre suas fases. Isto é realizado

por um circuito dedicado que, eletronicamente, gera uma sequência de acionamento para um conjunto de Transistores de Efeito de Campo de Semicondutor de Óxido Metálico, do inglês *Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor* (MOSFETs), que por sua vez acionam as bobinas do motor na sequência adequada (SILVA *et al.*, 2013).

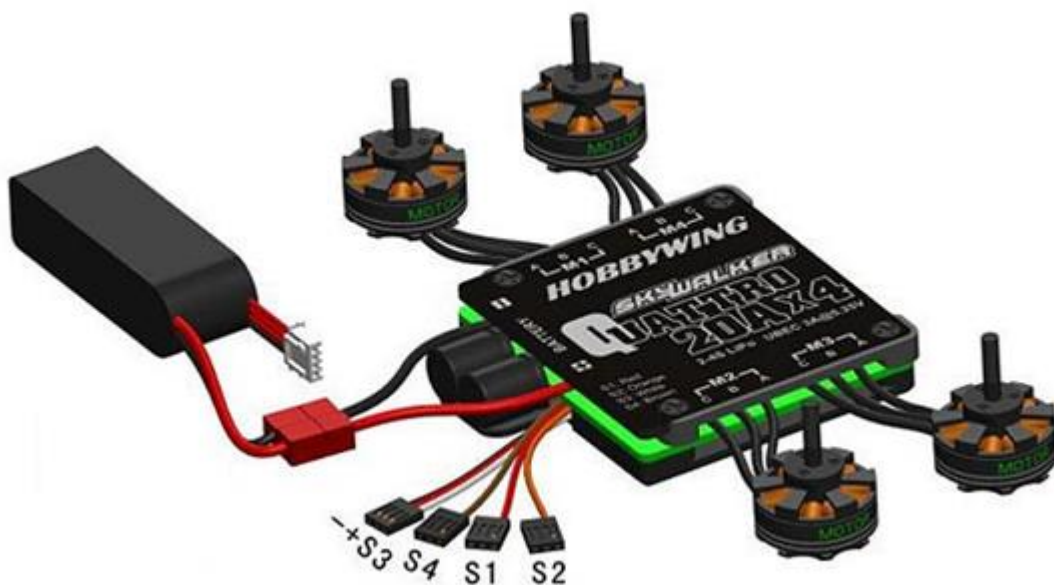
A Figura 12 mostra o ESC Hobbywing Skywalker (20A×4) utilizado para controlar os 4 motores BLDC e a Figura 13 mostra a conexão do ESC, motores e bateria.

Figura 12 – ESC Hobbywing Skywalker (20A×4)



Fonte: Autoria Própria.

Figura 13 – Conexão do ESC, motores e bateria



Fonte: Hobbyking, 2014.

A Figura 14 mostra o ESC Toward Pro Mag 8 (18 A) utilizado nos experimentos do fator de empuxo dos motores, de identificação dos parâmetros do motor e do controle de velocidade dos motores.

Figura 14 – ESC Toward Pro Mag 8 (18 A)



Fonte: Autoria Própria.

O ESC deve ser ligado à bateria, apresenta três saídas que regulam a velocidade angular de cada motor e possui um conector onde é captado o sinal PWM de controle. Deve ser selecionado a partir da corrente máxima do motor que será acionado. Recomenda-se 20% acima dessa corrente máxima para evitar superaquecimento (SILVA *et al.*, 2013).

### 3.1.5 Bateria

Os VANTs elétricos exigem altas correntes e suas baterias devem suprir as condições necessárias para o funcionamento adequado de todo o sistema eletroeletrônico da unidade. Baterias de Polímero de Lítio, do inglês *Lithium Polymer* (LiPo), são as mais recomendadas para esta aplicação, pois permitem elevadas correntes de descarga e também possuem maior capacidade e menor peso comparado com outros tipos de baterias com mesma capacidade. Quanto à sua recarga, as baterias LiPo não necessitam de um ciclo específico, podendo ser recarregadas sempre que houver necessidade, sendo seu tempo de carga reduzido (SILVA *et al.*, 2013). A bateria utilizada neste trabalho, apresentada na Figura 15, é a Lion Power®.

Figura 15 – Bateria



Fonte: Autoria Própria.

São três as principais características das baterias LiPo: carga elétrica, número de células e capacidade de descarga. A carga da bateria é dada normalmente em mAh, que equivale a 3,6 C (Coulomb). A partir dessa característica é possível calcular o quanto uma bateria totalmente carregada deve durar conhecendo-se a corrente consumida. Estas baterias apresentam 3,7 V por célula, portanto o número de células define a tensão nominal da bateria. Outro dado importante na escolha de baterias é o quanto de corrente elas podem fornecer, isto é dado pela sua capacidade de descarga, e é indicada pela letra C (SILVA *et al.*, 2013).

A bateria utilizada, Figura 15, possui três células, carga de 2200 mAh, taxa de descarga contínua de 25 C, ou seja, é capaz de fornecer até 25 vezes sua carga, o que indica a possibilidade de correntes até 55 A sem danificar a bateria.

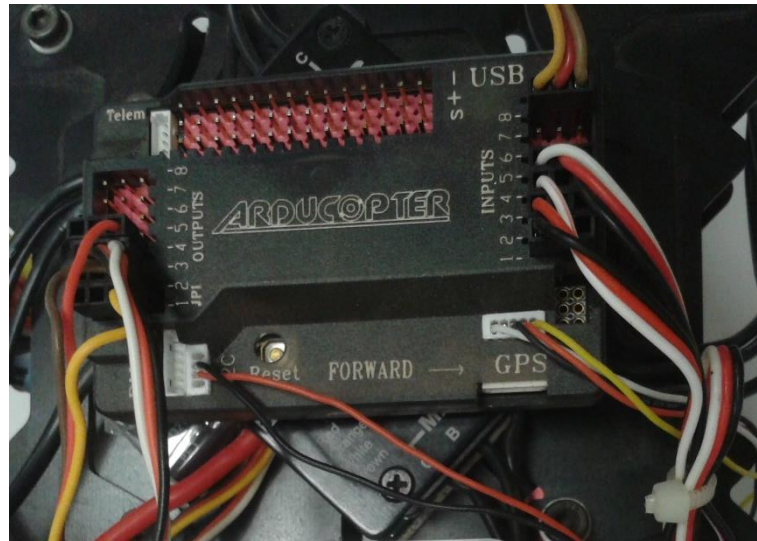
### 3.1.6 Controlador de voo

Como visto na Revisão da Literatura, Capítulo 2, VANTs dependem de um piloto automático para realizarem voos de forma autônoma.

O Arducopter<sup>®</sup> (ARDUCOPTER, 2015), Figura 16, é um projeto de piloto automático (*autopilot*) para quadricóptero, baseado na plataforma Arduino<sup>®</sup>, desenvolvido por pesquisadores e engenheiros em todo o mundo, o qual é utilizado nesta dissertação. Esse projeto compartilha a mesma plataforma aviônica com o Ardupilot Mega<sup>®</sup> (APM MULTIPLATAFORM AUTOPILOT, 2015; APM COPTER, 2015), o qual é um piloto automático (controlador de voo) de código aberto, também baseado na plataforma Arduino<sup>®</sup> (LIM *et al.*, 2012). A principal função do Arduino<sup>®</sup> é analisar os dados do sensor de entrada,

acoplar esses dados com a altitude desejada enviada pelo usuário e computar os comandos apropriados para enviar aos motores para deslocar o quadricóptero em conformidade (SCHMIDT, 2011). A especificação do Arducopter<sup>®</sup> é apresentado em Lim *et al.*, 2012.

Figura 16 – Arducopter<sup>®</sup>



Fonte: Autoria Própria.

Esta placa controladora é um *hardware* completo para piloto automático que possui Unidade de Medição Inercial, do inglês *Inertial Measurement Unit* (IMU), de 6 DOF, magnetômetro e barômetro, definidos na **Seção 3.1.7**. O *firmware* pode ser carregado de acordo com as características da aeronave e também quanto ao modo de voo, seja acrobático, estável, simples, altitude fixa ou missão com posições pré-programadas. Realiza controle de estabilidade do veículo aéreo necessitando apenas de comandos para o posicionamento (SILVA *et al.*, 2013). A escolha do Arducopter<sup>®</sup> ocorreu devido à placa integrar todos os sensores necessários. Toda a placa é alimentada por uma fonte de alimentação de 5 V (WALLICH, 2012).

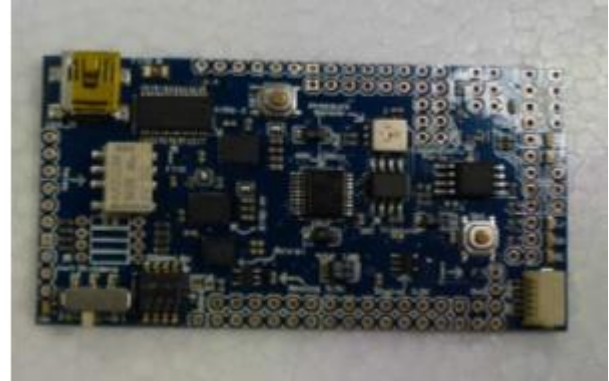
O Arducopter<sup>®</sup> se comunica com uma Estação de Controle em Terra, do inglês *Ground Control Station* (GCS), visto na **Seção 3.2**. O *hardware* do sistema consiste de duas placas de circuito mostrado na Figura 17. A placa inferior, Figura 17-a), possui um processador ATmega2560 que executa o *software*, um multiplexador à prova de falhas e todas as conexões de servo e receptor. A placa superior, Figura 17-b), abriga os sensores e entradas para módulos de telemetria (COOMBES *et al.*, 2012).

Figura 17 – Placas internas do Arducopter®

a) Placa com processador ATmega2560



b) Placa IMU



Fonte: Coombes *et al.*, 2012.

Os sensores, que serão vistos na **Seção 3.1.7**, incluem acelerômetro de 3 eixos, giroscópio de 2 e 1 eixos, sensor de pressão barométrico, magnetômetro de 3 eixos, e também um módulo de Sistema de Posicionamento Global, do inglês *Global Positioning System* (GPS), conectado externamente. O processador ATmega2560 é relativamente lento e somente capaz de executar 256 kB de código. O *software* do Arducopter® é escrito na linguagem de programação Wiring e, em seu estado predefinido, o Arducopter® não é um sistema eficaz para a pesquisa, já que o mesmo possui todos os algoritmos necessários para o controle e para a estabilidade do quadricóptero (COOMBES *et al.*, 2012). O Arducopter® implementa controle PID para estabilização do quadricóptero (LIM *et al.*, 2012).

### 3.1.7 Sensores

Para o controle de um VANT, seja ele autônomo ou não, são necessários sensores para o monitoramento de variáveis necessárias para o posicionamento da aeronave como: altitude, aceleração, velocidade, posição geográfica, além de detecção de obstáculos, entre outros. Uma das técnicas que permite o controle e a navegação é a integração de um módulo de IMU com um módulo de GPS. Outros sensores, como os sensores ultrassônicos, do inglês *Ultrasonic Rangefinder* (SRF), podem ser utilizados para detecção de obstáculos (SILVA *et al.*, 2013).

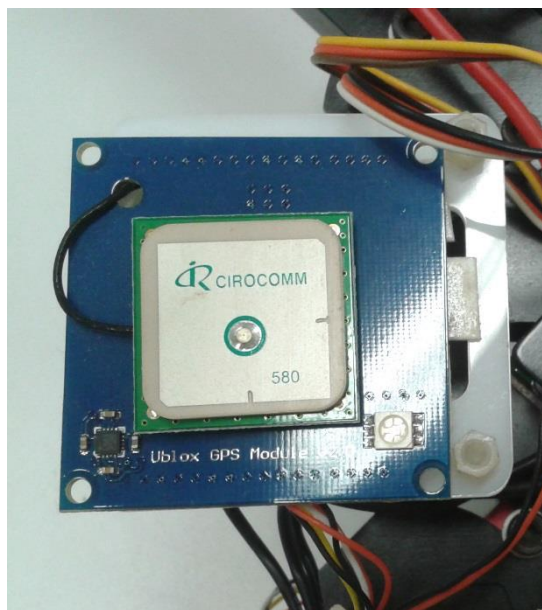
Um módulo IMU completo é composto por acelerômetro, giroscópio e magnetômetro, todos de três eixos. A partir destes sensores são realizadas medidas de velocidade e orientação



necessárias ao controle de um VANT (SILVA *et al.*, 2013). Magnetômetros são utilizados para corrigir informações de atitude e estimar o *drift* de giroscópios. Os barômetros são utilizados para medir altitude (LIM *et al.*, 2012). As especificações detalhadas dos chips para os acelerômetros, giroscópios, magnetômetro e barômetros integrados no Arducopter® são apresentadas em Lim *et al.*, 2012.

O módulo GPS é utilizado para o posicionamento e localização da aeronave, o modelo CIROCOMM Ublox GPS Module V2.0 utilizado é mostrado na Figura 18.

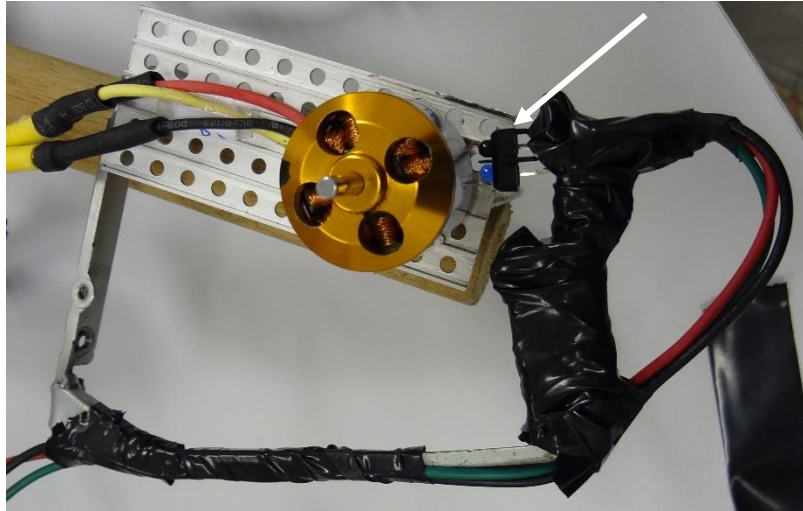
Figura 18 – Módulo GPS



Fonte: Autoria Própria.

Para a medição da velocidade dos motores são utilizados sensores de velocidade angular também conhecidos por tacômetros. Os tacômetros são dispositivos que fornecem uma saída proporcional a uma velocidade angular. O tacômetro utilizado, apresentado na Figura 19, é um tacômetro óptico, o qual permite determinar a velocidade do motor em rps (contabilizando o número de pulsos gerados por segundo) e que posteriormente pode ser convertido para rpm ou para rad/s.

Figura 19 – Tacômetro óptico



Fonte: Autoria Própria.

A contabilização do número de pulsos é realizada através de um sensor óptico reflexivo, o TCRT5000, que possui um led infravermelho de cor azul e um transistor infravermelho, do inglês *Infrared* (IR), que é um fototransistor de cor preta. Quando um objeto, no caso um pedaço de adesivo branco colado no motor, se aproxima do sensor, a luz infravermelha é refletida no objeto, atravessa para o outro lado e ativa o transistor, como mostra a Figura 20, fazendo com que juntamente com o Arduino®, que será visto na **Seção 3.1.10**, seja contabilizado o número de pulsos (ARDUINO E CIA, 2015).

Figura 20 – Sensor Óptico Reflexivo TCRT5000



Fonte: Arduino e Cia, 2015.

Dentre os sensores apresentados, apenas o tacômetro será utilizado nas simulações referentes ao controle de velocidade dos motores. Já o sensor de altitude (barômetro) será

utilizado nas simulações referente ao controle de altitude. É esperado que os valores da velocidade e da altitude real sejam os mesmos dos valores da velocidade e da altitude medidas.

### 3.1.8 Comunicação sem fio

O único meio de comunicação com um VANT em pleno voo é sem fio. O transmissor utilizado é o FlySky FS-TH9X, Figura 21, o qual possui um módulo de rádio FlySky FS-TM002, Figura 22, e o receptor utilizado é o FlySky FS-R8B, Figura 23.

Figura 21 – Transmissor Rádio Controlado



Fonte: Autoria Própria.

Figura 22 – Módulo de Rádio



Fonte: Autoria Própria.

Figura 23 – Receptor



Fonte: Autoria Própria.

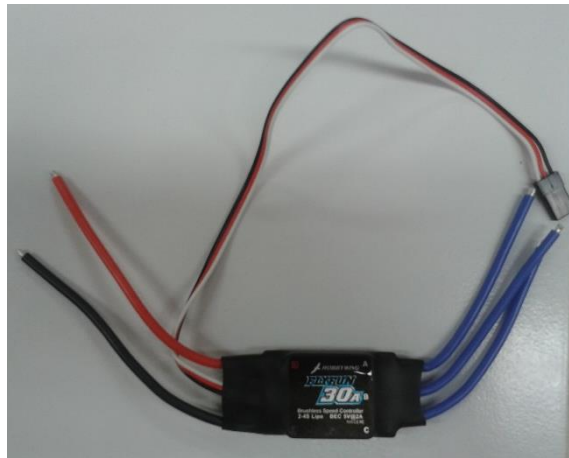
O transmissor e o receptor foram utilizados para testes de voo com a finalidade de verificar se todas as partes do sistema estavam funcionando corretamente.

### 3.1.9 Fonte de Alimentação (Regulador de Tensão)

Para que o controlador execute as operações de voo, uma fonte de alimentação é necessária. O ESC possui um Circuito Eliminator de Bateria embutido, em inglês *Battery Eliminator Circuit* (BEC), porém é apenas projetado para fornecer energia para os motores. Assim, não consegue fornecer corrente suficiente para alimentar o controlador de voo. Em vez disso, um Circuito Universal Eliminator de Bateria, do inglês *Universal Battery Eliminator Circuit* ou ainda *Ultimate Battery Eliminator Circuit* (UBEC), será utilizado para fornecer uma tensão estável de 5 V ao controlador (HØGLUND, 2014).

O UBEC utilizado, Figura 24, é o embutido no ESC Flyfun (30 A) fabricado pela Hobbywing (HOBBYWING, 2015).

Figura 24 – UBEC



Fonte: Autoria Própria.

Um UBEC é uma fonte de alimentação em modo de comutação, em oposição à fonte de alimentação linear encontrada em um BEC. Conseqüentemente, o UBEC consegue fornecer mais potência com peso e tamanho significativamente menores. Além disso, o calor de um ESC com um BEC embutido, gerado pela corrente consumida pelos motores, pode causar a perda de potência para o controlador de voo, o que pode resultar em um acidente com o VANT. Ao utilizar um UBEC com uma bateria externa, a corrente consumida pelo VANT não irá afetar o controlador de voo. Da mesma forma, uma falha no controlador de voo não fará com que o VANT perca potência e caia (HØGLUND, 2014).

### 3.1.10 Plataforma Arduino®

A plataforma de prototipagem utilizada para testes envolvendo PWM e motores é o Arduino Uno®, visualizado na Figura 25, o qual é portado de um microcontrolador ATmega328, fabricado pela Atmel®, contendo 14 pinos de Entrada/Saída (E/S) digitais, sendo 6 pinos adaptados para PWM, 6 entradas analógicas, 32 kB de memória *flash*, 2 kB de Memória Estática de Acesso Aleatório, do inglês *Static Random-Access Memory* (SRAM), um oscilador de cristal de 16 MHz, pinos de alimentação (5 V, 3,3 V e Terra), porta de Barramento Serial Universal, do inglês *Universal Serial Bus* (USB), para conexão com o computador e conector *jack* para alimentação externa (de 7 à 12 V), além de um conversor Analógico/Digital (A/D) de 10 bits para tratamento dos valores provenientes das entradas analógicas. Este modelo contém

a quantidade de pinos e memória suficientes para a implantação dos testes deste projeto (ARDUINO, 2015).

Figura 25 – Arduino Uno®



Fonte: Arduino, 2015.

Arduino® é o nome dado ao Ambiente de Desenvolvimento Integrado, do inglês *Integrated Development Environment* (IDE), baseado em um microcontrolador da família Atmel®. O Arduino® tem uma biblioteca bem organizada para diferentes sensores e atuadores (LIM *et al.*, 2012).

### 3.2 CARACTERIZAÇÃO DOS SOFTWARES

Nesta dissertação, *softwares* e IDEs são utilizados para: simulações de controle, experimentos em ambientes fechados e estação de controle em terra com o objetivo de realizar medições. Nas simulações para o controle de velocidade dos motores e para o controle de altitude do quadricóptero o Simulink®/MATLAB é utilizado.

Os experimentos envolvendo ESCs e motores BLDC são executados através da programação do Arduino®, realizada por meio de uma linguagem de programação própria, baseada em Wiring, que é um subconjunto das linguagens C e C++. Esta linguagem é implementada em um IDE próprio, baseado em Processing<sup>4</sup>, utilizado em sistemas operacionais Windows, Mac OS X e Linux (GIOPPO *et al.*, 2009).

<sup>4</sup> Linguagem de programação de código aberto e IDE.

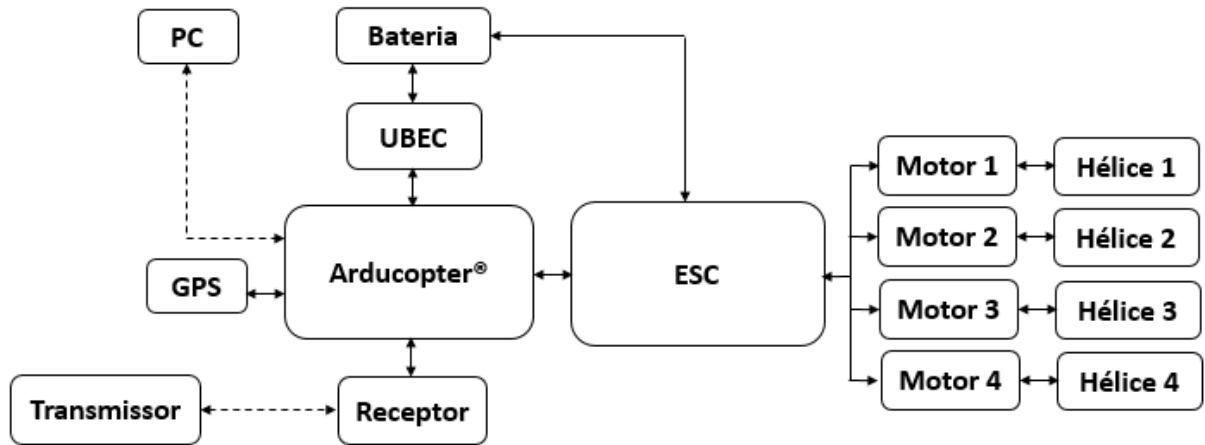
Um *software* de Estação de Controle em Terra (GCS), o Mission Planner® (APM MULTIPLATAFORM AUTOPILOT, 2015), baseado em Interface Gráfica do Usuário, do inglês *Graphical User Interface* (GUI), age juntamente com o Arducopter® para inicializar seu *firmware*, calibrar os sensores e sintonizar os ganhos de controle e para aquisição de dados do quadricóptero durante o voo (LIM *et al.*, 2012). Estes dados de telemetria envolvem posicionamento da unidade, altitude, velocidade, orientação, distância a pontos pré-determinados, entre outros, além da possibilidade de gerar um arquivo de ocorrências, também conhecido por *logs*, de navegação da aeronave, de planejamento de missão, e a total interação entre o operador e a aeronave (SILVA *et al.*, 2013). Este *software*, tal como o *hardware* do Arducopter®, também é de código aberto e ambos utilizam o MAVLink, que é um protocolo de comunicação projetado especificamente para Micro Veículos Aéreos, do inglês *Micro Aerial Vehicles* (MAVs).

### 3.3 METODOLOGIA

Depois da revisão da literatura onde há a apresentação de um breve panorama sobre o estudo de quadricópteros e pesquisas desenvolvidas na área, da modelagem dinâmica do quadricóptero e da técnica de controle PID, a primeira etapa do trabalho é referente à montagem do sistema do quadricóptero proposto para modelagem e análise. A Figura 26 apresenta um fluxograma representando a configuração geral do quadricóptero.

Através do transmissor rádio-controlado, as informações de voo são enviadas para o receptor conectado ao Arducopter®. O Arducopter® envia comandos PWM para os ESC que por sua vez aplicam uma tensão proporcional aos comandos do transmissor nos motores BLDC que farão as hélices girarem fazendo com que o quadricóptero suba. A bateria alimenta o ESC e também é conectada ao UBEC que alimenta o Arducopter®. Além do receptor, que recebe comandos do transmissor via rádio, há um módulo de GPS conectado ao Arducopter®. Informações de posicionamento do VANT são exibidas no Mission Planner®. A arquitetura de *hardware* do sistema é apresentada na Figura 27, onde seus componentes já estão devidamente montados no quadricóptero e conectados entre si.

Figura 26 – Configuração do Sistema do Quadricóptero



Fonte: Autoria Própria.

Figura 27 – Quadricóptero Montado



Fonte: Autoria Própria.

Em seguida, com o quadricóptero já montado, será realizada a modelagem dinâmica do sistema e dos seus atuadores, e experimentos para identificação dos parâmetros da modelagem que serão necessários para o controle de velocidade dos motores e para o controle de altitude, onde ambos utilizam o controle PID e que estão presentes no Capítulo 4 desta dissertação.



Por fim, serão realizadas simulações do controle PID para o controle de velocidade dos motores e para o controle de altitude do quadricóptero através do *software* Simulink<sup>®</sup>/MATLAB, bem como o controle de velocidade dos motores experimental. Posteriormente serão realizadas análises dos resultados.

## 4 MODELAGEM DINÂMICA E CONTROLE DO QUADRICÓPTERO

Como visto no Capítulo 2 referente à Revisão da Literatura, existem duas técnicas para a modelagem através das equações de movimento, a representação de Newton-Euler e a de Euler-Lagrange. Ambas modelam a dinâmica do corpo rígido, embora a primeira técnica trabalhe com o referencial inercial.

Neste contexto, a Seção 4.1 descreve a modelagem dinâmica do sistema proposto através do formalismo de Euler-Lagrange, por possuir a mesma forma em qualquer sistema de coordenadas generalizadas e ser mais adequado a generalizações, para que posteriormente, os resultados obtidos com os experimentos descritos na Seção 4.2 sejam utilizados na proposta de uma técnica de controle apresentada na Seção 4.3 para o controle de velocidade dos motores e para o controle de altitude do quadricóptero, ambos utilizando um controlador PID.

### 4.1 MODELAGEM DINÂMICA DO SISTEMA

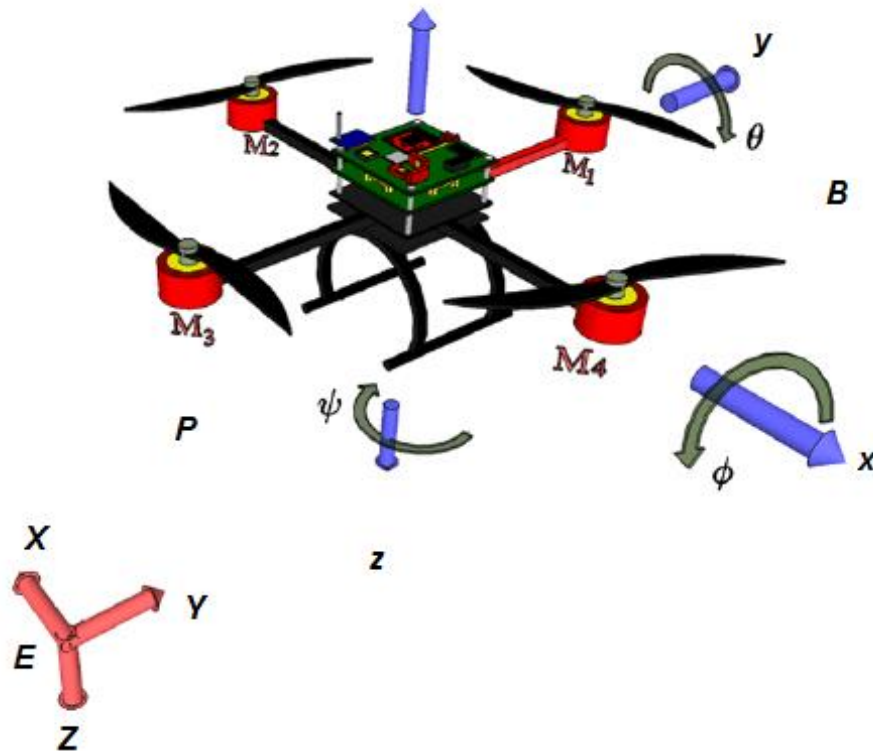
São considerados dois sistemas de referência, Figura 28, para a modelagem do quadricóptero: um sistema fixo ao corpo rígido ( $B$ ), do inglês *Body-fixed frame*, Equação 22, e um referencial inercial ( $E$ ), do inglês *Earth inertial frame*, Equação 23 (LIMA *et al.*, 2014).

$$B = \{x, y, z\} \quad (22)$$

$$E = \{X, Y, Z\} \quad (23)$$

Estes eixos de referência são necessários para se obter as equações de movimento do VANT do tipo quadricóptero que possui 6 DOF, ou seja, o quadricóptero tem a habilidade de realizar movimentos nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , além de movimentos em torno do eixo  $x$ , representado por  $\phi$  e conhecido por ângulo de rolagem ou *roll*, em torno do eixo  $y$ , representado por  $\theta$  e conhecido por ângulo de arfagem ou *pitch*, e em torno do eixo  $z$ , representado por  $\psi$  e conhecido por ângulo de guinada ou *yaw*. Esses movimentos são realizados devido aos atuadores que são os quatro motores BLDC e as quatro hélices (JOYO *et al.*, 2013).

Figura 28 – Quadricóptero com um sistema fixo ao corpo rígido ( $B$ ) e referencial inercial ( $E$ )



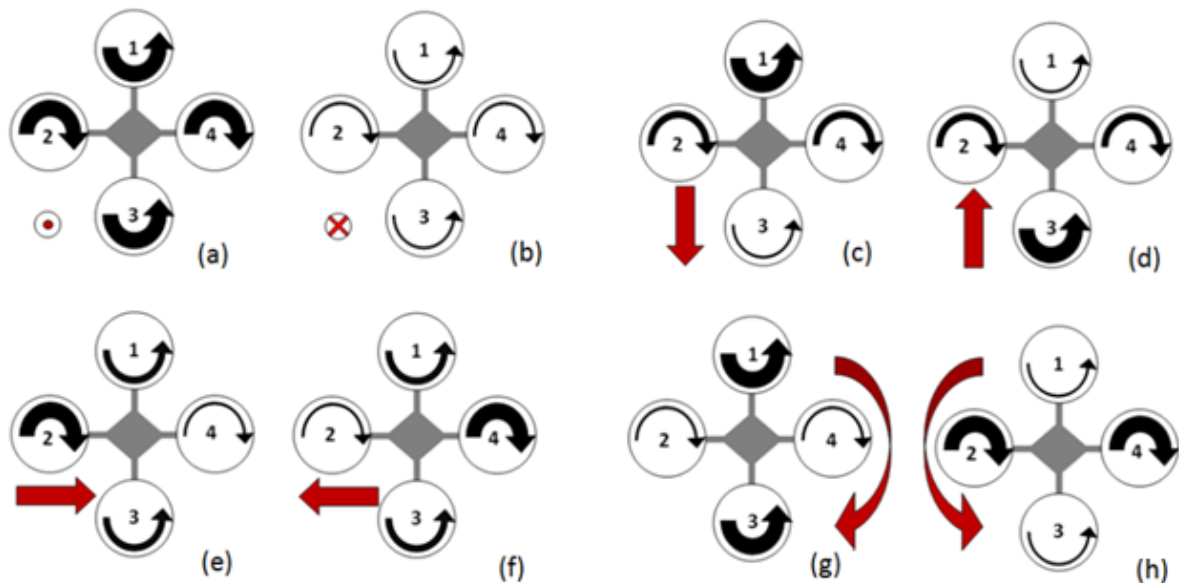
Fonte: Adaptado de Carrilho *et al.*, 2013, p. 26.

Os ângulos  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  de orientação do quadricóptero são definidos por ângulos de Euler, enquanto a posição do VANT é definida pela transformação do sistema fixo ao corpo rígido ( $B$ ) para o referencial inercial ( $E$ ), Figura 28, (JOYO *et al.*, 2013).

Os movimentos básicos do quadricóptero, apresentados na Figura 29, são possíveis devido ao arranjo dos motores e suas respectivas hélices. Enquanto um par de hélices gira em sentido anti-horário (referente aos motores 1 e 3), o outro par de hélices gira em sentido horário (referente aos motores 2 e 4) (JOYO *et al.*, 2013).

O movimento relacionado ao eixo  $z$  refere-se à altitude do quadricóptero. Para que o quadricóptero suba, Figura 29-a, é necessário aumentar as velocidades de todos os motores igualmente e gradualmente. Para que desça, Figura 29-b, diminui-se as velocidades de todos os motores igualmente e gradualmente. Para que o VANT fique pairando no ar, as velocidades de todos os motores devem ser iguais e constantes.

Figura 29 – Movimentos do Quadricóptero



Fonte: Adaptado de Sá, 2012.

O movimento de rolagem ( $\phi$ ) ocorre de duas formas. Na primeira, o quadricóptero vira para frente, Figura 29-c, quando os motores 2 e 4 possuem velocidades iguais e constantes enquanto os motores 1 e 3 possuem velocidades diferentes, sendo que a velocidade do motor 1 deve ser maior em relação ao motor 3. Na segunda, o quadricóptero vira para trás, Figura 29-d, quando os motores 2 e 4 possuem velocidades iguais e constantes enquanto os motores 1 e 3 possuem velocidades diferentes, sendo que a velocidade do motor 1 deve ser menor em relação ao motor 3.

O movimento de arfagem ( $\theta$ ) também ocorre de duas formas. Na primeira, o quadricóptero vira para a direita, Figura 29-e, quando os motores 1 e 3 possuem velocidades iguais e constantes enquanto os motores 2 e 4 possuem velocidades diferentes, sendo que a velocidade do motor 2 deve ser maior em relação ao motor 4. Na segunda, o quadricóptero vira para a esquerda, Figura 29-f, quando os motores 1 e 3 possuem velocidades iguais e constantes enquanto os motores 2 e 4 possuem velocidades diferentes, sendo que a velocidade do motor 2 deve ser menor em relação ao motor 4.

Assim como os movimentos de rolagem e arfagem, o movimento de guinada ( $\psi$ ) também ocorre de duas formas. Na primeira, o quadricóptero gira no sentido horário, Figura 29-g, quando os motores 2 e 4 possuem velocidades iguais e constantes e os motores 1 e 3

possuem velocidades que aumentam em relação aos motores 2 e 4. Na segunda, o quadricóptero gira no sentido anti-horário, Figura 29-h, quando os motores 1 e 3 possuem velocidades iguais e constantes e os motores 2 e 4 possuem velocidades que aumentam em relação aos motores 1 e 3.

O modelo completo do quadricóptero pode ser representado por quatro subsistemas interconectados, conforme mostrado na Figura 30.

Figura 30 – Representação em diagrama de blocos da dinâmica do quadricóptero



Fonte: Adaptado de Brandão *et al.*, 2012-1.

Onde:

$\delta$  = Comando PWM

$V$  = Tensão

$\omega$  = Velocidade angular

$F$  = Força de empuxo

$T$  = Torque

$P$  = Posição

$A$  = Ângulos de Euler

Nesta seção serão apresentadas as modelagens matemáticas referentes ao quadricóptero, ao sistema de propulsão, ao ESC e aos sensores.

#### 4.1.1 Modelagem Dinâmica do Quadricóptero

Esta seção apresenta a modelagem dinâmica do quadricóptero através do formalismo de Euler-Lagrange, tendo como base o trabalho de Carrilho *et al.* (2013).

#### 4.1.1.1 Coordenadas Generalizadas do Quadricóptero

Considera-se que as Coordenadas Generalizadas do quadricóptero são expressas pela Equação 24 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 25).

$$Q = (x, y, z, \phi, \theta, \psi) \in \mathbb{R}^6 \quad (24)$$

Onde:

$Q$  = Vetor de Coordenadas Generalizadas

$x$  = Posição no Eixo X (Plano Horizontal)

$y$  = Posição no Eixo Y (Plano Horizontal)

$z$  = Posição no Eixo Z (Plano Vertical) (Altitude do Quadricóptero)

$\phi$  = Ângulo de Rolagem (*Roll*) em torno do Eixo X

$\theta$  = Ângulo de Arfagem (*Pitch*) em torno do Eixo Y

$\psi$  = Ângulo de Guinada (*Yaw*) em torno do Eixo Z

A Equação 24 ainda pode ser escrita como na Equação 25.

$$Q = (P, A) \in \mathbb{R}^6 \quad (25)$$

Sendo  $P$  e  $A$  definidos nas Equações 26 e 27, respectivamente (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 25).

$$P = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \quad (26)$$

$$A = (\phi, \theta, \psi) \in \mathbb{R}^3 \quad (27)$$

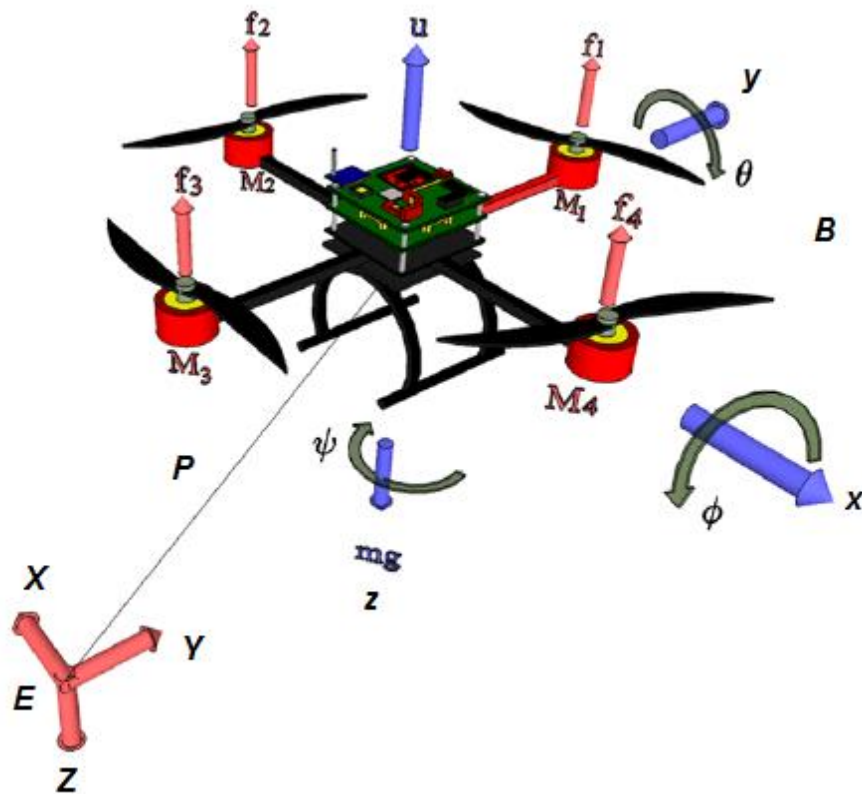
Onde:

$P$  = Vetor de Posições

$A$  = Vetor de Ângulos de Euler

Uma representação das Coordenadas Generalizadas do quadricóptero é apresentada na Figura 31.

Figura 31 – Quadricóptero no referencial inercial ( $E$ )



Fonte: Adaptado de Carrilho *et al.*, 2013, p. 25.

#### 4.1.1.2 Formalismo de Euler-Lagrange

Considerando o quadricóptero como um corpo livre no espaço, sob a ação de forças e torques externos, sua energia total pode ser expressa pela Função de Lagrange do quadricóptero, Equação 28, que representa a diferença entre a energia cinética total e a energia potencial (BRANDÃO *et al.*, 2012-1).

$$\mathcal{L}(Q, \dot{Q}) = K(Q, \dot{Q}) - U(Q) \quad (28)$$

Onde:

$\mathcal{L}$  = Função de Lagrange

$\dot{Q}$  = Vetor de Velocidades Generalizadas

$K$  = Energia Cinética Total

$U$  = Energia Potencial

A Energia Cinética Total é a soma da Energia Cinética Translacional e da Energia Cinética Rotacional, portanto a Equação 28 pode ser reescrita como na Equação 29, sendo a Energia Cinética Translacional representada na Equação 30, a Energia Cinética Rotacional representada na Equação 31 e a Energia Potencial representada na Equação 32 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 25).

$$\mathcal{L}(Q, \dot{Q}) = K_{trans} + K_{rot} - U \quad (29)$$

$$K_{trans} = \frac{1}{2} m \dot{P}^T \dot{P} \quad (30)$$

$$K_{rot} = \frac{1}{2} I \Omega^T \Omega \quad (31)$$

$$U = mgz \quad (32)$$

Onde:

$K_{trans}$  = Energia Cinética Translacional

$K_{rot}$  = Energia Cinética Rotacional

$\dot{P}$  = Vetor de Velocidades Lineares Generalizadas

$\dot{P}^T$  = Vetor Transposto de Velocidades Lineares Generalizadas

$\Omega$  = Vetor de Velocidades Angulares

$\Omega^T$  = Vetor Transposto de Velocidades Angulares

$I$  = Matriz de Momento de Inércia

$m$  = Massa Total do Quadricóptero

$g$  = Aceleração Gravitacional



A relação entre o Vetor de Velocidades Angulares e o Vetor de Velocidades Angulares Generalizadas é apresentada na Equação 33 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 26).

$$\Omega = W_A \dot{A} \quad (33)$$

Onde:

$W_A$  = Matriz de Euler

$\dot{A}$  = Velocidades Angulares Generalizadas

Considerando que o Vetor de Velocidades Angulares representadas no Referencial  $B$  pode ser definido pela Equação 34, que o Vetor de Velocidades Angulares Generalizadas representadas no Referencial  $E$  pode ser definido pela Equação 35 e que a Matriz de Euler pode ser definida pela Equação 36, a Equação 33 pode ser reescrita como na Equação 37 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 26; ZIPFEL, 2000, p. 121).

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\dot{A} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$W_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{cos}\phi & \text{sen}\phi\text{cos}\theta \\ 0 & -\text{sen}\phi & \text{cos}\phi\text{cos}\theta \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{cos}\phi & \text{sen}\phi\text{cos}\theta \\ 0 & -\text{sen}\phi & \text{cos}\phi\text{cos}\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (37)$$

Onde:

$p$  = Velocidade Angular ( $\dot{\phi}$ ) representada no Referencial  $B$

$q$  = Velocidade Angular ( $\dot{\theta}$ ) representada no Referencial  $B$

$r$  = Velocidade Angular ( $\dot{\psi}$ ) representada no Referencial  $B$

$\dot{\phi}$  = Velocidade Angular de Rolagem (*Roll*) em torno do Eixo x

$\dot{\theta}$  = Velocidade Angular de Arfagem (*Pitch*) em torno do Eixo y

$\dot{\psi}$  = Velocidade Angular de Guinada (*Yaw*) em torno do Eixo z

Portanto, o Vetor de Velocidades Angulares pode ser expresso em função dos ângulos de Euler, como apresentado na Equação 38 (ZIPFEL, 2000, p. 121).

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi} \sin\theta + \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \sin\phi \cos\theta + \dot{\theta} \cos\phi \\ \dot{\psi} \cos\phi \cos\theta - \dot{\theta} \sin\phi \end{bmatrix} \quad (38)$$

A Matriz de Momento de Inércia Generalizado, definida na Equação 39, representa a matriz de inércia para Energia Cinética Rotacional do quadricóptero expressa em termos de ângulos de Euler (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 25).

$$J = I W_A^T W_A \quad (39)$$

Onde:

$J$  = Matriz de Momento de Inércia Generalizado

$I$  = Matriz de Momento de Inércia

$W_A^T$  = Matriz Transposta de Euler

A Matriz de Momento de Inércia é definida pela Equação 40, a qual pode ser reescrita como na Equação 41 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 26). Uma vez que o corpo do quadricóptero é simétrico com relação ao plano XZ e ao plano YZ, considera-se que  $I_{xy} = I_{yx} = 0$ ,  $I_{xz} = I_{zx} = 0$  e  $I_{yz} = I_{zy} = 0$  (LEE *et al.*, 2011).

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (41)$$

Onde:

$I_{xx}$  = Momento de Inércia no Eixo x

$I_{xy}$  = Momento de Inércia do Eixo x em relação ao eixo y

$I_{xz}$  = Momento de Inércia do Eixo x em relação ao eixo z

$I_{yx}$  = Momento de Inércia do Eixo y em relação ao eixo x

$I_{yy}$  = Momento de Inércia no Eixo y

$I_{yz}$  = Momento de Inércia do Eixo y em relação ao eixo z

$I_{zx}$  = Momento de Inércia do Eixo z em relação ao eixo x

$I_{zy}$  = Momento de Inércia do Eixo z em relação ao eixo y

$I_{zz}$  = Momento de Inércia no Eixo z

A Matriz de Momento de Inércia Generalizado é definida pela Equações 42, 43 e 44.

$$J = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$J = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{cos}\phi & \text{sen}\phi\text{cos}\theta \\ 0 & -\text{sen}\phi & \text{cos}\phi\text{cos}\theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{cos}\phi & \text{sen}\phi\text{cos}\theta \\ 0 & -\text{sen}\phi & \text{cos}\phi\text{cos}\theta \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$J = \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix} \quad (44)$$

Onde:

$J_{xx}$  = Momento de Inércia Generalizado no Eixo x

$J_{xy}$  = Momento de Inércia Generalizado do Eixo x em relação ao eixo y

$J_{xz}$  = Momento de Inércia Generalizado do Eixo x em relação ao eixo z

$J_{yx}$  = Momento de Inércia Generalizado do Eixo y em relação ao eixo x

$J_{yy}$  = Momento de Inércia Generalizado no Eixo y

$J_{yz}$  = Momento de Inércia Generalizado do Eixo y em relação ao eixo z

$J_{zx}$  = Momento de Inércia Generalizado do Eixo z em relação ao eixo x

$J_{zy}$  = Momento de Inércia Generalizado do Eixo z em relação ao eixo y

$J_{zz}$  = Momento de Inércia Generalizado no Eixo z

Com isso, a Equação 31 pode ser reescrita na forma da Equação 45 e a Função de Lagrange descrita na Equação 29 pode ser expressa pela Equação 46 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 26).

$$K_{rot} = \frac{1}{2} J \dot{A}^T \dot{A} \quad (45)$$

$$\mathcal{L}(Q, \dot{Q}) = \frac{1}{2} m \dot{P}^T \dot{P} + \frac{1}{2} J \dot{A}^T \dot{A} - mgz \quad (46)$$

Onde:

$\dot{A}^T$  = Vetor Transposto de Velocidades Angulares Generalizadas

#### 4.1.1.3 Função de Lagrange

O modelo para a dinâmica do quadricóptero completo é obtido das equações de Euler-Lagrange com forças externas generalizadas, como apresentado na Equação 47 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 27).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{Q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q} = \begin{bmatrix} F_P \\ \tau \end{bmatrix} \quad (47)$$

Onde:

$F_P$  = Força Translacional

$\tau$  = Vetor de Torques Generalizados

*Parcela Translacional da Função de Lagrange*

A Parcela Translacional da Função de Lagrange, obtida pelas Equações 30, 46 e 47, é definida pelas Equações 48 e 49 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 27).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}_{trans}}{\partial \dot{P}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_{trans}}{\partial P} = F_P \quad (48)$$

$$m\ddot{P} + mg = F_P \quad (49)$$

Onde:

$\partial \mathcal{L}_{trans}$  = Função de Lagrange (Parcela Translacional)

$\ddot{P}$  = Vetor de Acelerações Lineares Generalizadas

A Força Translacional é dada pela Equação 50 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 27).

$$F_P = RF \quad (50)$$

Onde:

$R$  = Matriz de Rotação

$F$  = Vetor de Forças representado no Referencial  $E$

A Matriz de Rotação é dada pela Equação 51 (LIMA *et al.*, 2014).

$$R = R_x(\phi) \times R_y(\theta) \times R_z(\psi) \quad (51)$$

Onde:

$R_x$  = Rotação de um Ângulo em torno do Eixo x

$R_y$  = Rotação de um Ângulo em torno do Eixo y

$R_z$  = Rotação de um Ângulo em torno do Eixo z

Os termos da Equação 51 podem ser descritos nas Equações 52, 53 e 54 (LIMA *et al.*, 2014).

$$R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (54)$$

Com isso, obtém-se a Matriz de Rotação dada pela Equação 55 (BRANDÃO *et al.*, 2012-1; LIMA *et al.*, 2014).

$$R = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \cos\psi\sin\theta\sin\phi - \sin\psi\cos\phi & \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi \\ \sin\psi\cos\theta & \sin\psi\sin\theta\sin\phi + \cos\psi\cos\phi & \sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \quad (55)$$

O Vetor de Forças representado no Referencial E é dado pela Equação 56 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 27).

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_T \end{bmatrix} \quad (56)$$

Onde:

$F_T$  = Força de Empuxo Total do Quadricóptero

Sendo  $u$  a somatória das Forças produzidas pelos 4 (quatro) motores, Equação 57, a Equação 56 pode ser reescrita como na Equação 58 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 27).

$$u = \sum_{i=1}^4 F_i \quad (57)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^4 F_i \end{bmatrix} \quad (58)$$

Onde:

$F_i$  = Força produzida pelo Motor  $M_i$

Sendo a força produzida por cada um dos quatro motores, Figura 31, definida pela Equação 59, a Equação 58 pode ser reescrita como na Equação 60 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 27).

$$F_i = K_i \omega_i^2 \quad (59)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^4 K_i \omega_i^2 \end{bmatrix} \quad (60)$$

Onde:

$K_i$  = Fator de Empuxo do Motor  $M_i$

$\omega_i$  = Velocidade Angular do Motor  $M_i$

#### *Parcela Rotacional da Função de Lagrange*

A Parcela Rotacional da Função de Lagrange, obtida pelas Equações 45, 46 e 47, é definida pela Equação 61 ou pela Equação 62 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 27 e 28).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}_{rot}}{\partial \dot{A}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_{rot}}{\partial A} = \tau \quad (61)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \dot{A}^T J \frac{\partial \dot{A}}{\partial A} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A} (\dot{A}^T J \dot{A}) = \tau \quad (62)$$

Onde:

$\partial \mathcal{L}_{rot}$  = Função de Lagrange (Parcela Rotacional)

Com isso, obtém-se a Equação 63 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 28).

$$J\ddot{A} + \dot{J}\dot{A} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A} (\dot{A}^T J \dot{A}) = \tau \quad (63)$$

Definindo a Matriz de Coriolis e Forças Centrípetas na Equação 64, a Equação 63 pode ser reescrita como nas Equações 65 e 66 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 28).

$$C(A, \dot{A})\dot{A} = \left[ j - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A} (\dot{A}^T J) \right] \dot{A} \quad (64)$$

$$J\ddot{A} + C(A, \dot{A})\dot{A} = \tau \quad (65)$$

$$J\ddot{A} = \tau - C(A, \dot{A})\dot{A} \quad (66)$$

Onde:

$\ddot{A}$  = Vetor de Acelerações Angulares Generalizadas

$j$  = Derivada do Momento de Inércia Generalizado

$C$  = Matriz de Coriolis e Forças Centrípetas

Como o termo  $C(A, \dot{A})\dot{A}$  é muito pequeno, o mesmo pode ser desprezado, simplificando a Equação 66 sendo expressa pela Equação 67 (LEE *et al.*, 2011).

$$J\ddot{A} = \tau \quad (67)$$

O Vetor de Torques Generalizados é dado pela Equação 68 (CARRILHO *et al.*, 2013, p. 27).

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_3 - F_1)\ell \\ (F_2 - F_4)\ell \\ \sum_{i=1}^4 \tau_{M_i} \end{bmatrix} \quad (68)$$

Onde:

$\tau_\phi$  = Torque de Rolagem (*Roll*)

$\tau_\theta$  = Torque de Arfagem (*Pitch*)

$\tau_\psi$  = Torque de Guinada (*Yaw*)

$F_1$  = Força produzida pelo Motor  $M_1$

$F_2$  = Força produzida pelo Motor  $M_2$

$F_3$  = Força produzida pelo Motor  $M_3$



$F_4$  = Força produzida pelo Motor  $M_4$

$\ell$  = Distância entre os Motores  $M_i$  e o Centro de Gravidade

$\tau_{M_i}$  = Torque produzido pelo Motor  $M_i$  em torno do Centro de Gravidade da Aeronave

$M_i$  = Motores do Quadricóptero

#### 4.1.1.4 Equações de movimento

Através das Equações 49 e 67, as equações de movimento do quadricóptero são definidas nas Equações 69 e 70.

$$\ddot{p} = \frac{F_P - mg}{m} = \frac{F_P}{m} - g \quad (69)$$

$$\ddot{A} = \frac{\tau}{J} \quad (70)$$

As equações do movimento de translação, obtidas da Equação 69, são descritas pelas Equações 71, 72 e 73 (LIMA *et al.*, 2014; LEE *et al.*, 2011; CARRILHO *et al.*, 2013, p. 28).

$$\ddot{x} = (\cos\phi\cos\psi\sin\theta + \sin\phi\sin\psi) \frac{\sum_{i=1}^4 F_i}{m} \quad (71)$$

$$\ddot{y} = (\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \cos\psi\sin\phi) \frac{\sum_{i=1}^4 F_i}{m} \quad (72)$$

$$\ddot{z} = (\cos\theta\cos\phi) \frac{\sum_{i=1}^4 F_i}{m} - g \quad (73)$$

Onde:

$\ddot{x}$  = Aceleração Linear no Eixo X (Plano Horizontal)

$\ddot{y}$  = Aceleração Linear no Eixo Y (Plano Horizontal)

$\ddot{z}$  = Aceleração Linear no Eixo Z (Plano Vertical)

As equações do movimento de rotação, obtidas da Equação 70, são descritas pelas Equações 74, 75 e 76 (ALVES, 2012; LEE *et al.*, 2011).

$$\ddot{\phi} = \frac{\tau_{\phi}}{J_{xx}} \quad (74)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\tau_{\theta}}{J_{yy}} \quad (75)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{\tau_{\psi}}{J_{zz}} \quad (76)$$

Onde:

$\ddot{\phi}$  = Aceleração Angular de Rolagem (*Roll*) em torno do Eixo X

$\ddot{\theta}$  = Aceleração Angular de Arfagem (*Pitch*) em torno do Eixo Y

$\ddot{\psi}$  = Aceleração Angular de Guinada (*Yaw*) em torno do Eixo Z

#### 4.1.2 Modelagem Matemática do ESC

A dinâmica do ESC pode ser representada no domínio do tempo pela Equação 77.

$$V_{PWM}(t) = K_{ESC}\delta(t) \quad (77)$$

Onde:

$K_{ESC}$  = Constante do ESC

$V_{PWM}(t)$  = Tensão de Saída do ESC no Domínio do Tempo

$\delta(t)$  = Tensão de Entrada do ESC no Domínio do Tempo

Como visto no capítulo 3 referente a materiais e métodos, o acionamento do ESC é por PWM onde pulsos de 1 ms equivalem ao motor parado e 2 ms em rotação máxima, ou seja, a entrada do ESC estará entre 1 ms e 2 ms.

### 4.1.3 Modelagem Dinâmica do Sistema de Propulsão

Como apresentado no Capítulo 3 referente aos Materiais e Métodos, o sistema de propulsão do quadricóptero é composto por quatro motores BLDC e quatro hélices. A modelagem matemática referente aos motores BLDC será apresentada na Seção 4.1.3.1 e a modelagem dinâmica das hélices será apresentada na Seção 4.1.3.2.

#### 4.1.3.1 Modelo Eletromecânico dos Motores de Corrente Contínua sem Escovas

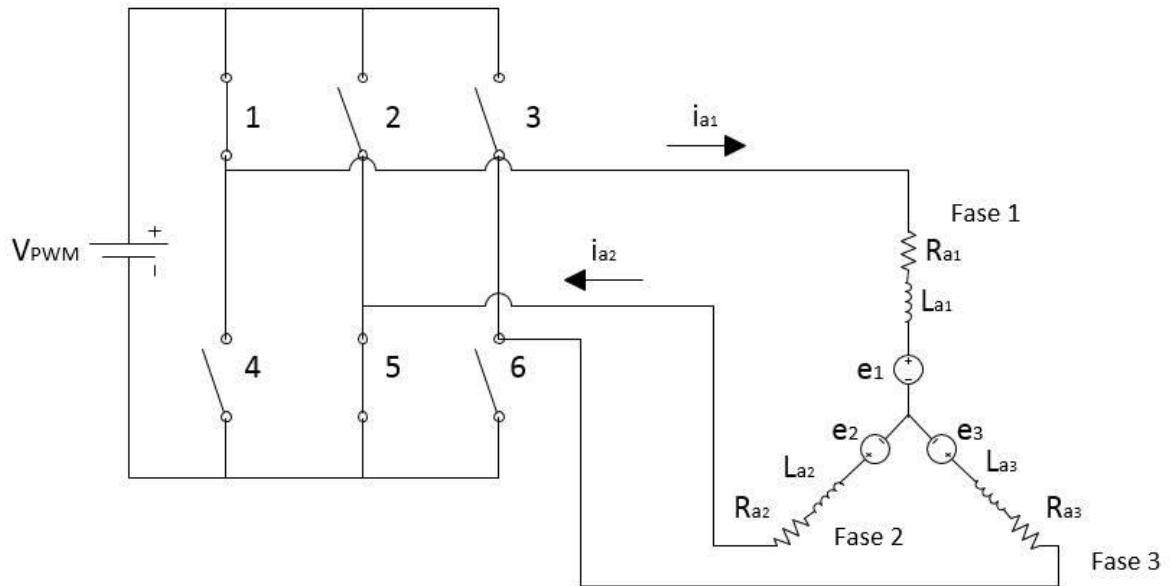
Esta seção apresenta a modelagem matemática do motor de corrente contínua sem escovas, tendo como base Basam e Kumar. G (2010), Dorf e Bishop (2011), D'Avila *et al.* (2011) e INPE (2015).

O modelo matemático do motor pode ser dividido em dois subsistemas: um subsistema elétrico e um subsistema mecânico.

##### *Subsistema Elétrico*

O motor BLDC é acionado através de um ESC que é um circuito de chaveamento eletrônico. A Figura 32 apresenta o esquema do sistema de chaveamento do motor BLDC. A posição do rotor é detectada através de sensores Hall. Quando o rotor se encontra na posição mostrada na Figura 32, o controlador deverá chavear a fase 1. O sentido da corrente deve ser tal, que a corrente deve percorrer a fase 1 com o sentido mostrado na Figura 32. As chaves 1 e 5 são fechadas, e a corrente percorre as fases 1 e 2. O sentido da rotação do motor é anti-horário. Para a produção de uma volta completa, a sequência de acionamento das chaves é 1-5, 1-6, 2-6, 2-4, 3-4, 3-5 (D'AVILA *et al.*, 2011).

Figura 32 – Esquema do sistema de chaveamento do motor BLDC



Fonte: Autoria própria.

O modelo matemático de cada fase do estator pode ser expressa como dado nas Equações 78, 79 e 80 (BASAM e KUMAR. G, 2010).

$$V_{a1} - V_n = R_{a1}i_{a1} + L_{a1} \frac{di_{a1}}{dt} + e_1 \quad (78)$$

$$V_{a2} - V_n = R_{a2}i_{a2} + L_{a2} \frac{di_{a2}}{dt} + e_2 \quad (79)$$

$$V_{a3} - V_n = R_{a3}i_{a3} + L_{a3} \frac{di_{a3}}{dt} + e_3 \quad (80)$$

Onde:

$V_{a1}$  = Tensão da Fase 1 em relação ao potencial de referência

$V_{a2}$  = Tensão da Fase 2 em relação ao potencial de referência

$V_{a3}$  = Tensão da Fase 3 em relação ao potencial de referência

$V_n$  = Tensão no ponto estrela (Neutro)

$R_{a1}$  = Resistência da Fase 1

$R_{a2}$  = Resistência da Fase 2

$R_{a3}$  = Resistência da Fase 3

$i_{a1}$  = Corrente fluindo pela Fase 1

$i_{a2}$  = Corrente fluindo pela Fase 2

$i_{a3}$  = Corrente fluindo pela Fase 3

$L_{a1}$  = Indutância da Fase 1

$L_{a2}$  = Indutância da Fase 2

$L_{a3}$  = Indutância da Fase 3

$e_1$  = Tensão devido à força contra-eletromotriz trapezoidal da Fase 1

$e_2$  = Tensão devido à força contra-eletromotriz trapezoidal da Fase 2

$e_3$  = Tensão devido à força contra-eletromotriz trapezoidal da Fase 3

Assim, para as três fases, o seguinte sistema de equações dado pela Equação 81 se mantém (BASAM e KUMAR. G, 2010).

$$\begin{bmatrix} V_{a1} - V_n \\ V_{a2} - V_n \\ V_{a3} - V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & R_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & R_{a3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{a2} \\ i_{a3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & L_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & L_{a3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{a1}}{dt} \\ \frac{di_{a2}}{dt} \\ \frac{di_{a3}}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (81)$$

A força contra-eletromotriz é uma tensão gerada na armadura, que resulta quando os condutores da armadura se movem através do fluxo de campo estabelecido pela corrente de campo  $i_f$ . De acordo com a Lei de Faraday, uma tensão é induzida nos terminais de uma espira condutora que gira imersa num campo magnético constante. Essa tensão é dada pelas Equações 82, 83 e 84 (INPE, 2015).

$$e_{i1} = \frac{d\lambda_1(t)}{dt} \quad (82)$$

$$e_{i2} = \frac{d\lambda_2(t)}{dt} \quad (83)$$

$$e_{i3} = \frac{d\lambda_3(t)}{dt} \quad (84)$$

Onde:

$e_{i1}$  = Tensão induzida na Fase 1

$e_{i2}$  = Tensão induzida na Fase 2

$e_{i3}$  = Tensão induzida na Fase 3

$\lambda_1(t)$  = Fluxo magnético concatenado da Fase 1

$\lambda_2(t)$  = Fluxo magnético concatenado da Fase 2

$\lambda_3(t)$  = Fluxo magnético concatenado da Fase 3

$t$  = Tempo

Em um motor BLDC cada fase tem, nos seus terminais, uma tensão dada por  $e_1$  onde  $\frac{d\lambda(t)}{dt}$  é proporcional ao fluxo magnético no entreferro de ar  $\phi(t)$  e a velocidade angular  $\omega(t)$ , resultando nas Equações 85, 86 e 87 (INPE, 2015).

$$e_1 = K_{f1}\phi(t)\omega(t) \quad (85)$$

$$e_2 = K_{f2}\phi(t)\omega(t) \quad (86)$$

$$e_3 = K_{f3}\phi(t)\omega(t) \quad (87)$$

Onde:

$K_{f1}$  = Constante da Fase 1

$K_{f2}$  = Constante da Fase 2

$K_{f3}$  = Constante da Fase 3

$\phi(t)$  = Fluxo magnético no entreferro de ar

$\omega(t)$  = Velocidade angular do rotor

Supondo a corrente de campo como sendo constante e ignorando as mudanças no fluxo de campo devido à reação da armadura e outros efeitos secundários, o fluxo de campo torna-se constante (INPE, 2015). Com isso, as forças contra-eletromotriz trapezoidal das fases 1, 2 e 3 podem ser expressas como dado nas Equações 88, 89 e 90 (BASAM e KUMAR. G, 2010; INPE, 2015).

$$e_1 = K_{e1}\omega(t) \quad (88)$$

$$e_2 = K_{e2}\omega(t) \quad (89)$$

$$e_3 = K_{e3}\omega(t) \quad (90)$$

Onde:

$K_{e1}$  = Constante da força contra-eletromotriz da Fase 1

$K_{e2}$  = Constante da força contra-eletromotriz da Fase 2

$K_{e3}$  = Constante da força contra-eletromotriz da Fase 3

Como uma das bobinas (fases) está sempre aberta na configuração de alimentação do inversor PWM, a Equação 81 pode ser simplificada para eliminar  $V_n$ . Se as bobinas 1 e 2 estão conduzindo,  $i_{a2} = -i_{a1}$  e  $i_{a3} = 0$  A. Analogamente, se as bobinas 2 e 3 estão conduzindo,  $i_{a3} = -i_{a2}$  e  $i_{a1} = 0$  A, e se as bobinas 1 e 3 estão conduzindo,  $i_{a1} = -i_{a3}$  e  $i_{a2} = 0$  A. Com isso, as tensões de entrada para esses três casos são dadas pelas Equações 91, 92 e 93 (BASAM e KUMAR. G, 2010).

$$V_{PWM} = (V_{a1} + V_{a2})(t) = (R_{a1} + R_{a2})i_{a1} + (L_{a1} + L_{a2})\frac{di_{a1}}{dt} + (K_{e1} + K_{e2})\omega(t) \quad (91)$$

$$V_{PWM} = (V_{a2} + V_{a3})(t) = (R_{a2} + R_{a3})i_{a2} + (L_{a2} + L_{a3})\frac{di_{a2}}{dt} + (K_{e2} + K_{e3})\omega(t) \quad (92)$$

$$V_{PWM} = (V_{a3} + V_{a1})(t) = (R_{a3} + R_{a1})i_{a3} + (L_{a3} + L_{a1})\frac{di_{a3}}{dt} + (K_{e3} + K_{e1})\omega(t) \quad (93)$$

Onde:

$V_{PWM}$  = Tensão de Entrada

Nas Equações 91, 92 e 93, considerando que  $V_{a1} = V_{a2} = V_{a3}$ ,  $R_{a1} = R_{a2} = R_{a3}$ ,  $L_{a1} = L_{a2} = L_{a3}$  e  $K_{e1} = K_{e2} = K_{e3}$ , os termos entre parênteses podem ser substituídos por  $V_a$ ,  $R_a$ ,  $L$  e  $K_e$  levando à expressão do subsistema elétrico dado pela Equação 94 (BASAM e KUMAR. G, 2010).

$$V_{PWM} = V_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + K_e \omega(t) \quad (94)$$

Onde:

$V_a$  = Tensão aplicada à armadura

$R_a$  = Resistência da Armadura

$L_a$  = Indutância da Armadura

$K_e$  = Constante da Força Contra-eletromotriz da Armadura

$i_a$  = Corrente da Armadura

A potência elétrica absorvida pela armadura é o produto da tensão pela corrente de armadura, como visto na Equação 95 (INPE, 2015).

$$P_e(t) = e(t)i_a(t) = K_e \omega(t)i_a(t) \quad (95)$$

Onde:

$P_e$  = Potência Elétrica

$e$  = Tensão devido à força contra-eletromotriz trapezoidal na Armadura

Uma outra forma de se calcular a tensão devido à força contra-eletromotriz trapezoidal na armadura é através da Equação 96 (D'AVILA *et al.*, 2011).

$$e(t) = \frac{\omega(t)}{K_V} \quad (96)$$

Onde:

$K_V$  = Constante de velocidade do motor

Com isso, a relação entre a constante elétrica do motor e a constante relacionada do motor pode ser obtida pela Equação 97.



$$K_V = \frac{1}{K_e} \quad (97)$$

Substituindo a Equação 96 na Equação 94 e considerando que  $L_a$  é desprezível, a constante de velocidade também pode ser obtida pela Equação 98 (D'AVILA *et al.*, 2011).

$$K_V = \frac{\omega(t)}{V_a(t) - R_a I_a(t)} \quad (98)$$

### *Subsistema Mecânico*

No subsistema mecânico, o torque do rotor resulta do campo magnético gerado pelas correntes da bobina do estator. Este torque é proporcional ao fluxo concatenado e à corrente de fase média como mostra a Equação 99 (BASAM e KUMAR. G, 2010; INPE, 2015).

$$T_m(t) = K_\tau i_a(t) \quad (99)$$

Onde:

$K_\tau$  = Constante de torque

$T_m$  = Torque gerado

A potência mecânica gerada no rotor é o produto do torque e da velocidade angular desenvolvidos, como visto na Equação 100 (INPE, 2015).

$$P_m(t) = T_m(t)\omega(t) = K_\tau i_a(t)\omega(t) \quad (100)$$

Onde:

$P_m$  = Potência Mecânica

Uma vez que a potência mecânica desenvolvida deve ser igual a potência elétrica absorvida no rotor, as constantes mecânica e elétrica são iguais, Equação 101 (INPE, 2015).

$$K_\tau = K_e \quad (101)$$

A equação para o subsistema mecânico pode ser derivada a partir do conceito de equilíbrio de torque como dado na Equação 102 (DORF e BISHOP, 2011, p. 46; BASAM e KUMAR. G, 2010; INPE, 2015).

$$T_m(t) = T_L(t) + T_d(t) = J_{mz} \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) \quad (102)$$

Onde:

$T_L$  = Torque de carga

$J_{mz}$  = Momento de Inércia do rotor

$T_d$  = Torque de perturbação e de perdas

$B$  = Coeficiente de atrito viscoso do motor

#### 4.1.3.2 Dinâmica das Hélices

A dinâmica da hélice pode ser representada no domínio do tempo pela Equação 103.

$$F_i(t) = K_h \omega^2(t) \quad (103)$$

Onde:

$K_h$  = Constante da Hélice

$F_i(t)$  = Força de Empuxo dos Motores no Domínio do Tempo

$\omega(t)$  = Velocidade Angular do Rotor no Domínio do Tempo

Segundo Beard (2008), a velocidade angular é diretamente proporcional ao comando PWM enviado ao motor, portanto a Equação 103 também pode ser representada de outra forma no domínio do tempo pela Equação 104.

$$F_i(t) = K_i \delta(t) \quad (104)$$

Onde:

$K_i$  = Fator de empuxo dos Motores

$F_i(t)$  = Força de Empuxo dos Motores no Domínio do Tempo

$\delta(t)$  = Largura do Pulso do Comando PWM no Domínio do Tempo

#### 4.1.4 Modelagem Matemática dos Sensores

A dinâmica do tacômetro modelagem matemática do tacômetro, sensor utilizado no controle de velocidade dos motores, pode ser representada no domínio do tempo pela Equação 105.

$$\omega_m(t) = K_t \omega_r(t) \quad (105)$$

Onde:

$K_t$  = Constante do Tacômetro

$\omega_m(t)$  = Velocidade Angular do Rotor Medida no Domínio do Tempo

$\omega_r(t)$  = Velocidade Angular do Rotor Real no Domínio do Tempo

A modelagem matemática do sensor de altitude (barômetro) pode ser representada no domínio do tempo pela Equação 106.

$$z_m(t) = K_s z_r(t) \quad (106)$$

Onde:

$K_s$  = Constante do sensor de altitude

$z_m(t)$  = Altura medida no domínio do tempo

$z_r(t)$  = Altura real no domínio do tempo

## 4.2 PARÂMETROS DO QUADRICÓPTERO

Para controlar a velocidade de rotação das hélices, é necessário saber a relação entre a velocidade de rotação da hélice e a força de empuxo gerada pela hélice (WU, 2009). Essa

relação é conhecida por Fator de Empuxo dos Motores e o experimento para essa constante será descrita na Seção 4.2.1. Em seguida, o cálculo para o momento de inércia do rotor é apresentado na Seção 4.2.2 e o cálculo para o momento de inércia da hélice é apresentado na Seção 4.2.3.

#### 4.2.1 Fator de Empuxo dos Motores

O empuxo produzido pelas hélices é proporcional ao quadrado da velocidade angular. Assume-se que a velocidade angular é diretamente proporcional ao comando PWM enviado ao motor (BEARD, 2008). O fator de empuxo dos motores é dado pela constante  $k_i$ , que transforma de forma linear o comando PWM em força (ALVES, 2012). Esse cálculo é dado pela Equação 104.

Assim, um experimento será realizado para medir a força de empuxo  $F_i$ , dada pela Equação 107, gerada pela hélice em certa velocidade angular.

$$F_i(t) = \frac{M(t) \times g}{1000} \quad (107)$$

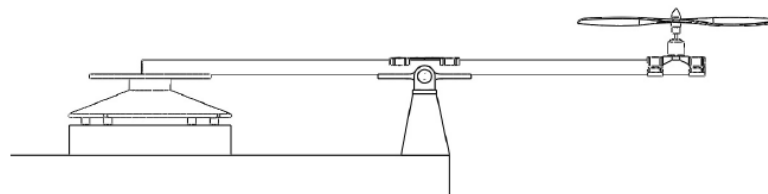
Onde:

$M$  = Massa referente ao empuxo gerado pela hélice dada em gramas

$g$  = Aceleração da gravidade da Terra

Utiliza-se uma balança para medir a massa  $M$  gerada pela propulsão do motor, o qual é fixo em um suporte, para um determinado sinal de comando PWM que varia de 0 a 255 e que corresponde de 0% a 100% da velocidade de rotação máxima da hélice. A medida que a velocidade do motor aumenta, a força exercida por ele também aumenta (ALVES, 2012; WU, 2009). O esquema do experimento é apresentado na Figura 33.

Figura 33 – Esquema do experimento para calcular a relação Comando PWM x Força



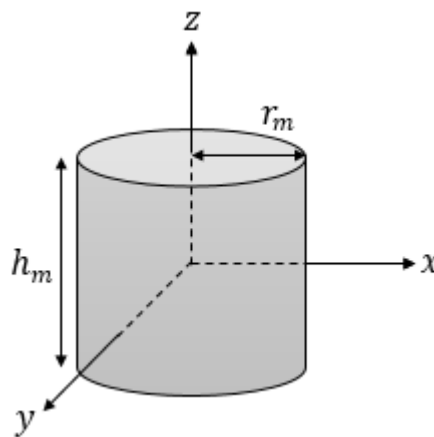
Fonte: Alves, 2012.

Após encontrar experimentalmente as constantes dos quatro motores, caso elas sejam diferentes, os valores serão linearizados encontrando assim a constante  $k_i$ . Os resultados são apresentados no **Capítulo 5**.

#### 4.2.2 Momento de Inércia do Rotor

Assume-se que o momento de inércia de um motor BLDC é o mesmo de um cilindro circular sólido, como apresentado na Figura 34, e que é obtido através das Equações 108 e 109 (BEER e JOHNSTON JR., 2006, p. 663).

Figura 34 – Cilindro circular sólido representando um motor BLDC



Fonte: Autoria Própria.

$$J_{mx} = J_{my} = \frac{1}{12} m_m (3r_m^2 + h_m^2) \quad (108)$$

$$J_{mz} = \frac{1}{2} m_m r_m^2 \quad (109)$$

Onde:

$J_{mx}$  = Momento de Inércia do Motor em Relação ao Eixo x

$J_{my}$  = Momento de Inércia do Motor em Relação ao Eixo y

$J_{mz}$  = Momento de Inércia do Motor em Relação ao Eixo z

$m_m$  = Massa do Motor

$r_m$  = Raio do Motor

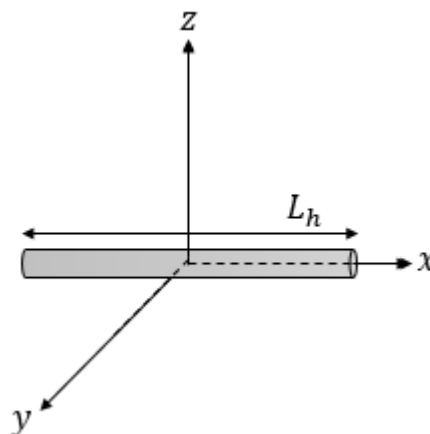
$h_m$  = Altura do Motor

Considerando que o momento de inércia do rotor é o momento de inércia do motor BLDC em relação ao eixo z, o momento de inércia do rotor é dado pela Equação 109.

### 4.2.3 Momento de Inércia da Hélice

Assume-se que o momento de inércia de uma hélice é o mesmo de uma haste delgada, como apresentada na Figura 35. Considerando que o momento de inércia da hélice deve ser em relação ao mesmo eixo que o do rotor, o qual é em relação ao eixo z, o momento da hélice é obtido pela Equação 110 (BEER e JOHNSTON JR., 2006, p. 663).

Figura 35 – Haste delgada representando a hélice



Fonte: Autoria Própria.

$$J_{hz} = \frac{1}{12} m_h L_h^2 \quad (110)$$

Onde:

$J_{hz}$  = Momento de Inércia da Hélice em Relação ao Eixo z

$m_h$  = Massa da Hélice

$L_h$  = Comprimento da Hélice

### 4.3 CONTROLE DO SISTEMA

Nesta seção, os controladores utilizados no controle de velocidade dos motores e no controle de altitude do quadricóptero são projetados e seus ganhos ajustados para a técnica de controle PID e no Capítulo 5 são avaliados em simulações, além do controlador PID para o controle de velocidade dos motores ser implementado nos motores BLDC para obter resultado experimental.

#### 4.3.1 Função de Transferência da Planta para o Controle de Altitude

Considerando que a condição necessária para a existência da Equação 111 (proveniente da Equação 73) seja de  $\cos\phi\cos\theta \neq 0$  e que no momento em que o quadricóptero está pairando no ar seus ângulos  $\phi$  e  $\theta$  devem ser nulos, a Equação 111 pode ser reescrita como na Equação 112. Com isso, o modelo do sistema que se deseja controlar é dado pela Equação 113 que representa a equação de movimento para a altura (altitude) z. A Equação 114 representa o modelo do sistema no domínio da frequência (VILAS BOAS, VILAS BOAS e HONÓRIO, 2013).

$$m\ddot{z} = -mg + \cos\phi\cos\theta \sum_{i=1}^4 F_i \quad (111)$$

$$m\ddot{z} = -mg + F_T \quad (112)$$

$$\ddot{z} = -g + \frac{F_T}{m} \quad (113)$$

$$Z(s) = -\frac{g}{s^2} + \frac{1}{ms^2} F_T(s) \quad (114)$$

Onde:

$F_T$  = Somatória das forças de empuxo dos quatro motores BLDC

A entrada do sistema é a força de empuxo gerada pelos quatro motores, Equações 115 e 116, e a saída do sistema é a altura (altitude)  $z$  gerada por essa força de empuxo.

$$F_T = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad (115)$$

$$F_T = K_1\omega_1^2 + K_2\omega_2^2 + K_3\omega_3^2 + K_4\omega_4^2 \quad (116)$$

Considerando que força de empuxo é diretamente proporcional ao comando PWM tal que  $F_T = k\delta$ , então a força de empuxo torna-se, Equações 117 e 118.

$$F_T = K_1\delta_1 + K_2\delta_2 + K_3\delta_3 + K_4\delta_4 \quad (117)$$

$$F_T = (K_i\delta) \times 4 \quad (118)$$

onde  $\delta$  é o comando do controlador que será enviado aos motores.

Substituindo a força de empuxo do sistema apresentado na Equação 114 pelo calculado na Equação 118, o sistema torna-se o da Equação 119.

$$Z(s) = -\frac{g}{s^2} + \frac{4K_i}{ms^2} \delta(s) \quad (119)$$

Os valores de  $m$  (massa do quadricóptero) e  $k$  (constante do motor) dependem das características da aeronave utilizada.

### 4.3.2 Função de Transferência do ESC

A dinâmica do ESC, apresentada na Equação 77, pode ser representada no domínio da frequência pela Equação 120.



$$V_{PWM}(s) = K_{ESC}\Delta(s) \quad (120)$$

Onde:

$K_{ESC}$  = Constante do ESC

$V_{PWM}(s)$  = Tensão de Saída do ESC no Domínio da Frequência

$\Delta(s)$  = Tensão de Entrada do ESC no Domínio da Frequência

A função de transferência é apresentada na Equação 121.

$$\frac{V_{PWM}(s)}{\Delta(s)} = K_{ESC} \quad (121)$$

### 4.3.3 Função de Transferência do Sistema de Propulsão

As funções de transferência referentes aos componentes do sistema de propulsão do quadricóptero são apresentadas nas Seções 4.3.3.1, referente aos motores BLDC, e 4.3.3.2, referente às hélices.

#### 4.3.3.1 Função de Transferência dos Motores BLDC

A dinâmica dos motores, representada pelas Equações 88, 89, 90, 94, 99 e 102, podem ser representadas no domínio da frequência pelas Equações 122, 123, 124 e 125 (INPE, 2015; DORF e BISHOP, 2011, p. 46).

$$V_{PWM}(s) - E(s) = (L_a s + R_a)I_a(s) \quad (122)$$

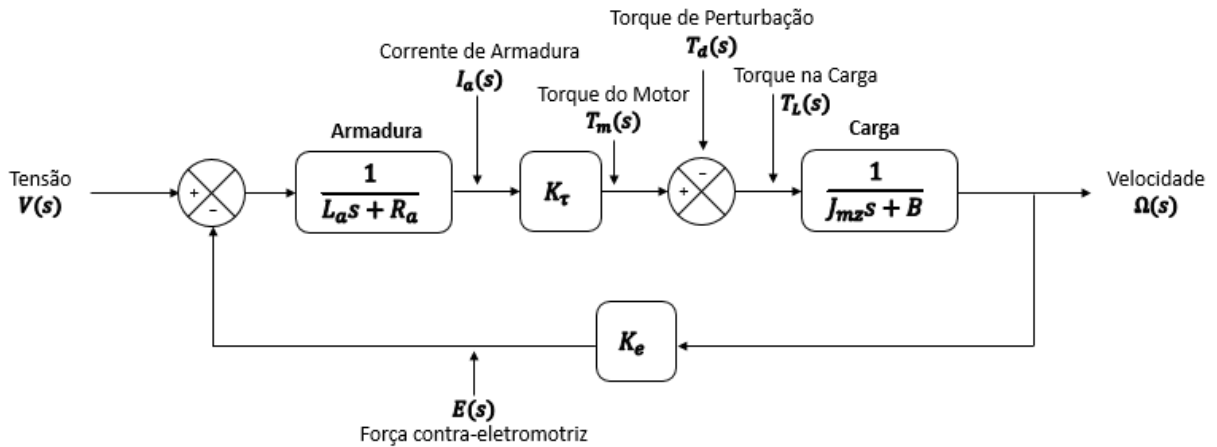
$$E(s) = K_e \Omega(s) \quad (123)$$

$$T_m(s) = K_\tau I_a(s) \quad (124)$$

$$T_m(s) = T_L(s) + T_d(s) = (J_{mz}s + B)\Omega(s) \quad (125)$$

A representação destas equações em diagrama de blocos é apresentada na Figura 36.

Figura 36 – Esquema do controle de velocidade de um motor BLDC



Fonte: Autoria própria.

O diagrama de blocos da Figura 36 representa um sistema de duas entradas com a saída sendo a velocidade angular. A velocidade de saída do sistema é dada pela Equação 126 (INPE, 2015; DORF e BISHOP, 2011, p. 46).

$$\Omega(s) = G_1(s)V_{PWM}(s) + G_2(s)T_d(s) \quad (126)$$

A função de transferência  $G_1(s)$ , para a condição em que  $T_d(s) = 0$ , ou seja, considerando que o sistema não está sujeito a forças externas como rajadas de vento (DORF e BISHOP, 2011, p. 46), é dada pela Equação 127 (INPE, 2015).

$$G_1(s) = \frac{\Omega(s)}{V_{PWM}(s)} \quad (127)$$

A função de transferência tensão-velocidade é dada pelas Equações 128 e 129 (INPE, 2015).

$$G_1(s) = \frac{\Omega(s)}{V_{PWM}(s)} = \frac{K_\tau}{(L_a s + R_a)(J_{mz} s + B) + K_\tau K_e} \quad (128)$$

$$G_1(s) = \frac{\Omega(s)}{V_{PWM}(s)} = \frac{K_m}{\alpha s^2 + \beta s + 1} \quad (129)$$

Onde:

$G_1(s)$  = Função de transferência tensão-velocidade

$K_m$  = Constante do motor

As constantes  $K_m$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  são calculadas através das Equações 130, 131 e 132 respectivamente (INPE, 2015).

$$K_m = \frac{K_\tau}{R_a B + K_\tau K_e} \quad (130)$$

$$\alpha = \frac{L_a J_{mz}}{R_a B + K_\tau K_e} \quad (131)$$

$$\beta = \frac{R_a J_{mz} + L_a B}{R_a B + K_\tau K_e} \quad (132)$$

A Equação 129 define a função de transferência de segunda ordem para a tensão do motor considerando que  $T_{Loss}$  e  $T_L$  são nulos e também pode ser expressa pela Equação 133 (INPE, 2015).

$$G_1(s) = \frac{K_\tau}{R_a B (1 + \tau_e s)(1 + \tau_m s) + K_\tau K_e} \quad (133)$$

As constantes  $\tau_e$  e  $\tau_m$  são calculadas através das Equações 134 e 135 respectivamente (INPE, 2015).

$$\tau_e = L_a / R_a \quad (134)$$

$$\tau_m = J_{mz} / B \quad (135)$$

Onde:

$\tau_e$  = Constante de tempo elétrica

$\tau_m$  = Constante de tempo mecânica

Se a indutância de armadura é muito pequena, a constante de tempo elétrica pode ser desprezada frente a constante de tempo mecânica e a Equação 130 pode ser reescrita como as Equações 136 e 137 (INPE, 2015).

$$G_V = \frac{\Omega(s)}{V_{PWM}(s)} = \frac{K_\tau}{R_a (J_{mz} s + B) + K_\tau K_e} \quad (136)$$

$$G_V = \frac{\Omega(s)}{V_{PWM}(s)} = \frac{K_m}{\tau_{motor}s + 1} \quad (137)$$

A constante  $\tau_{motor}$  é dada pela Equação 138 (INPE, 2015; DORF e BISHOP, 2011, p. 47).

$$\tau_{motor} = \frac{R_a J_{mz}}{R_a B + K_\tau K_e} \quad (138)$$

Onde:

$\tau_{motor}$  = Constante de tempo do motor

#### 4.3.3.2 Função de Transferência das Hélices

A dinâmica da hélice, apresentada na Equação 103, pode ser representada no domínio da frequência, Equação 139.

$$F_i(s) = K_h \Omega^2(s) \quad (139)$$

Onde:

$K_h$  = Constante da hélice

$F_i(s)$  = Força de Empuxo dos Motores no Domínio da Frequência

$\Omega(s)$  = Velocidade Angular do Rotor no Domínio da Frequência

A dinâmica da hélice, apresentada na Equação 104, pode ser representada no domínio da frequência, Equação 140.

$$F_i(s) = K_i \Delta(s) \quad (140)$$

Onde:

$K_i$  = Fator de Empuxo dos Motores

$F_i(s)$  = Força de Empuxo dos Motores no Domínio da Frequência

$\Delta(s)$  = Comando PWM no Domínio da Frequência

A função de transferência é apresentada na Equação 141.

$$\frac{F_i(s)}{\Delta(s)} = K_i \quad (141)$$

#### 4.3.4 Função de Transferência dos Sensores

A modelagem matemática do tacômetro, apresentada na Equação 105, pode ser representada no domínio da frequência pela Equação 142.

$$\Omega_m(s) = K_t \Omega_r(s) \quad (142)$$

Onde:

$K_t$  = Constante do Tacômetro

$\Omega_m(s)$  = Velocidade Angular Medida do Rotor no Domínio da Frequência

$\Omega_r(s)$  = Velocidade Angular Real do Rotor no Domínio da Frequência

A função de transferência é dada pela Equação 143.

$$\frac{\Omega_m(s)}{\Omega_r(s)} = K_t \quad (143)$$

A dinâmica do sensor de altitude (barômetro), apresentada na Equação 106, pode ser representada no domínio da frequência pela Equação 144.

$$Z_m(s) = K_s Z_r(s) \quad (144)$$

Onde:

$K_s$  = Constante do sensor de altitude

$Z_m(s)$  = Altura medida no domínio da frequência

$Z_r(s)$  = Altura real no domínio da frequência

A função de transferência é apresentada na Equação 145.

$$\frac{Z_m(s)}{Z_r(s)} = K_s \quad (145)$$

#### 4.3.5 Função de Transferência do Controlador PID

O controlador PID que se deseja projetar terá como função verificar o comando PWM necessário para regular a altura (altitude) de referência em uma altura (altitude) desejada. A equação de controle é dada pela Equação 146. Sendo o erro dado pela Equação 147, a Equação 146 pode ser reescrita como na Equação 148 (VILAS BOAS, VILAS BOAS e HONÓRIO, 2013).

$$\delta(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (146)$$

$$e(t) = z_d(t) - z(t) \quad (147)$$

$$\delta(t) = K_P (z_d - z)(t) + K_I \int_0^t (z_d - z)(t) dt + K_D \frac{d(z_d - z)(t)}{dt} \quad (148)$$

Onde:

$z_d(t)$  = Altura (Altitude) de Referência

Considerando que  $U_{PID}(s) = \Delta(s)$ , a função de transferência do controlador PID pode ser dada pela Equação 149.

$$G_C(s) = \frac{\Delta(s)}{E(s)} = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \quad (149)$$

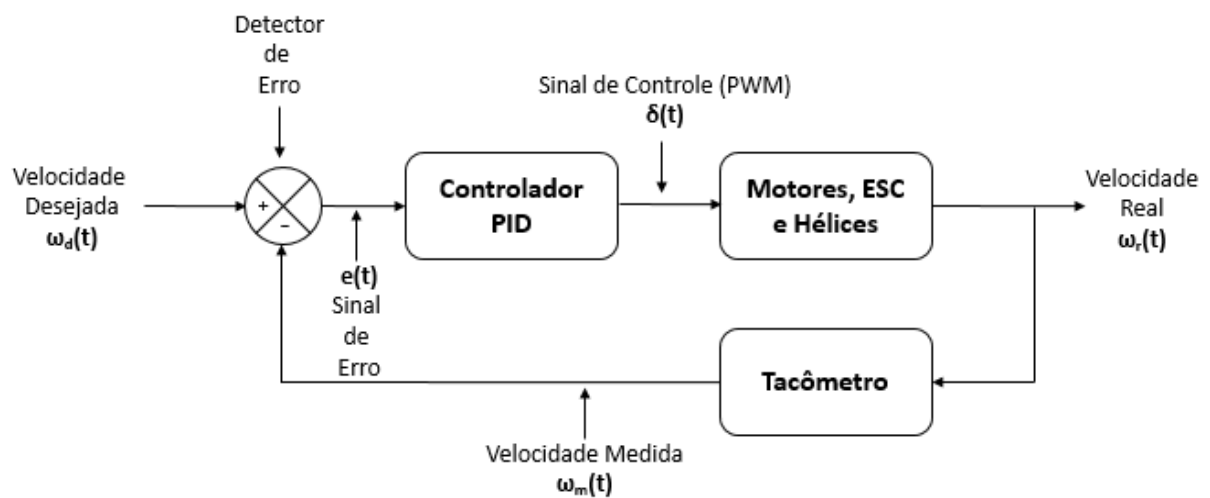
#### 4.3.6 Função de Transferência de Malha Fechada

As funções de transferência de malha fechada para o controle de velocidade dos motores e para o controle de altitude serão apresentadas nas Seções 4.5.6.1 e 4.5.6.2 respectivamente.

#### 4.3.6.1 Controle de Velocidade dos Motores

A Figura 37 apresenta o diagrama de blocos de um sistema de controle de velocidade dos motores em malha fechada, o qual consiste de um controlador PID, motores, ESC, hélices e um tacômetro.

Figura 37 – Diagrama de Blocos do Controle de Velocidade dos Motores



Fonte: Autoria Própria.

A função de transferência de malha fechada para o controle de velocidade dos motores é representada pela Equação 150.

$$G_v(s) = \frac{\Omega_r(s)}{\Omega_d(s)} = \frac{G_C(s)K_{ESC}G_M(s)}{1 + G_C(s)K_{ESC}G_M(s)K_t} \quad (150)$$

Onde:

$G_v(s)$  = Função de transferência do controle de velocidade dos motores

$\Omega_r(s)$  = Velocidade angular real do rotor no domínio da frequência

$\Omega_d(s)$  = Velocidade angular desejada do rotor no domínio da frequência

$G_C(s)$  = Função de transferência do controlador PID

$K_{ESC}$  = Constante do ESC

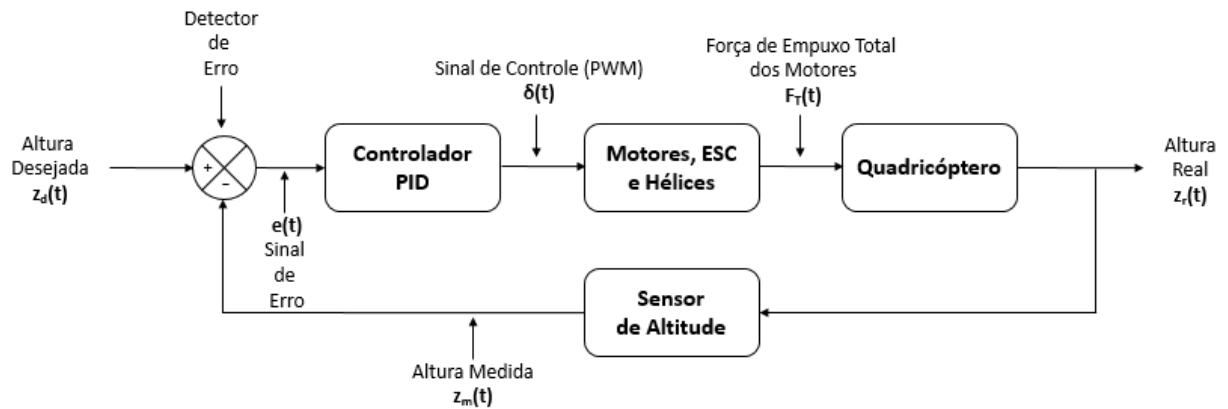
$G_M(s)$  = Função de transferência dos motores

$K_t$  = Constante do tacômetro

#### 4.3.6.2 Controle de Altitude

A Figura 38 apresenta o diagrama de blocos de um sistema de controle de altitude de malha fechada, o qual consiste de um controlador PID, motores, ESC, hélices, uma planta para o controle de altitude e um sensor de altitude.

Figura 38 – Diagrama de Blocos do Controle de Altitude



Fonte: Autoria Própria.

A função de transferência de malha fechada para o controle de altitude é representada pela Equação 151.

$$G_z(s) = \frac{Z_r(s)}{Z_d(s)} = \frac{G_C(s)K_{ESC}G_M(s)K_hG_{quad}(s)}{1 + G_C(s)K_{ESC}G_M(s)K_hG_{quad}(s)K_s} \quad (151)$$

Onde:

$G_z(s)$  = Função de transferência do controle de altitude

$Z_r(s)$  = Altitude real no domínio da frequência

$Z_d(s)$  = Altitude desejada no domínio da frequência

$G_C(s)$  = Função de transferência do controlador PID

$K_{ESC}$  = Constante do ESC

$G_M(s)$  = Função de transferência dos motores



$K_h$  = Constante das hélices

$G_{quad}(s)$  = Função de transferência do quadricóptero para o controle de altitude

$K_s$  = Constante do sensor de altitude

O projeto do controlador PID consiste em ajustar os ganhos  $K_P$ ,  $K_I$  e  $K_D$ . Os ganhos  $K_P$ ,  $K_I$  e  $K_D$  serão ajustados manualmente através da observação da trajetória de saída.

Ao longo deste capítulo foram apresentados a modelagem dinâmica e os sistemas de controle do quadricóptero. Os experimentos propostos foram realizados e os resultados serão apresentados no Capítulo 5, juntamente com os resultados das simulações referentes ao controle de velocidade dos motores e ao controle de altitude do quadricóptero.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste presente capítulo são apresentados os resultados obtidos a partir da montagem do quadricóptero até a simulação de seu controle de altitude. Primeiramente, são realizadas considerações sobre o primeiro teste de voo sem controlador PID para o controle de altitude. Em seguida, são apresentados os parâmetros obtidos dos motores que são essenciais para obter a função de transferência dos motores, os que são necessários para se obter o ganho do ESC e os parâmetros do quadricóptero incluindo o fator de empuxo dos motores para o controle de altitude do quadricóptero simulado.

### 5.1 TESTE DE VOO

A fim de garantir o funcionamento adequado de cada parte do sistema, testes de voo foram realizados. Estes testes ocorreram em ambiente externo. A partir do *software* Mission Planner<sup>®</sup>, o Arducopter<sup>®</sup> foi configurado e seus sensores calibrados por um amador.

No momento do primeiro teste de voo o quadricóptero estava constituído de *frame*, quatro motores BLDC, quatro hélices, ESC 4 em 1 da Hobbywing, Arducopter<sup>®</sup>, bateria, UBEC, receptor e um módulo GPS. A Figura 27, presente no Capítulo 3 referente aos materiais e métodos, apresenta o quadricóptero montado. Através do transmissor rádio-controlado foram enviados comandos de posição ao quadricóptero. Durante o voo, o mesmo permaneceu inclinado devido a uma má distribuição de peso dos componentes no quadricóptero, porém respondeu aos comandos de posição corretamente.

Depois do teste de voo, o quadricóptero foi desmontado para a realização de testes de identificação de parâmetros dos motores e do quadricóptero com o objetivo de se obter funções de transferência necessárias para o controle de velocidade dos motores e o de altitude. As bases do *frame* que sustentavam os motores foram retiradas para serem substituídas por bases de alumínio, uma vez que com as de fibra de vidro faziam os motores vibrarem mais que o aceitável.

### 5.2 PARÂMETROS DO QUADRICÓPTERO

Experimentos foram realizados tanto para a identificação das características dos motores BLDC para o controle de velocidade dos motores, descritos na **Seção 5.2.1**, quanto para a

determinação dos parâmetros do quadricóptero necessários para o controle de altitude do mesmo, descritos na **Seção 5.2.2**.

### 5.2.1 Controle de Velocidade dos Motores

Para encontrar a função de transferência dos motores BLDC, obtida pela Equação 137 (Capítulo 4), foram realizados experimentos para encontrar os parâmetros necessários e que estão resumidos na Tabela 2. Para a obtenção da resistência de armadura do motor BLDC foi utilizado um multímetro. Um alicate amperímetro foi utilizado para medir a corrente de fase do motor sem carga. Para medir o diâmetro do motor foi utilizado um paquímetro. E por fim, foi utilizada uma balança de precisão para medir a massa do motor BLDC. Foi considerado que o coeficiente de atrito viscoso é zero, pois não foi possível obtê-lo através dos experimentos. Os valores referentes à constante elétrica, constante de velocidade, constante de torque, momento de inércia do rotor, momento de inércia da hélice, constante do motor e constante de tempo foram obtidos através das Equações 97, 98, 101, 109, 110, 130 e 138 respectivamente, apresentadas no Capítulo 4 referente à modelagem dinâmica e aos sistemas de controle.

Tabela 2 – Características do motor BLDC

Nomenclatura	Parâmetro	Valor	Unidade
$m_m$	Massa do Motor	0,05417	kg
$r_m$	Raio do Motor	0,0125	m
$J_{mz}$	Momento de Inércia do Rotor	$4,23203 \times 10^{-6}$	kg.m <sup>2</sup>
$J_{hz}$	Momento de Inércia da Hélice	$6,97848 \times 10^{-5}$	kg.m <sup>2</sup>
$B$	Coefficiente de Atrito	0	N.m.s/rad
$R_a$	Resistência de Armadura	0,14	$\Omega$
$\omega$	Velocidade máxima, sem carga	13800	rpm
$\omega$	Velocidade máxima, sem carga	1445,133	rad/s
$V$	Tensão nominal	11,1	V
$I_a$	Corrente máxima sem carga	0,67	A
$K_V$	Constante de Velocidade	1254	rpm/V
$K_V$	Constante de Velocidade	131,3016864	rad/V.s
$K_\tau$	Constante de Torque	$7,616048 \times 10^{-3}$	N.m/A
$K_e$	Constante Elétrica	$7,616048 \times 10^{-3}$	V.s/rad
$K_m$	Constante do Motor	1254	rpm/V
$K_m$	Constante do Motor	131,3016864	rad/V.s
$\tau_{motor}$	Constante de Tempo	0,178648417	s

Fonte: Autoria própria.

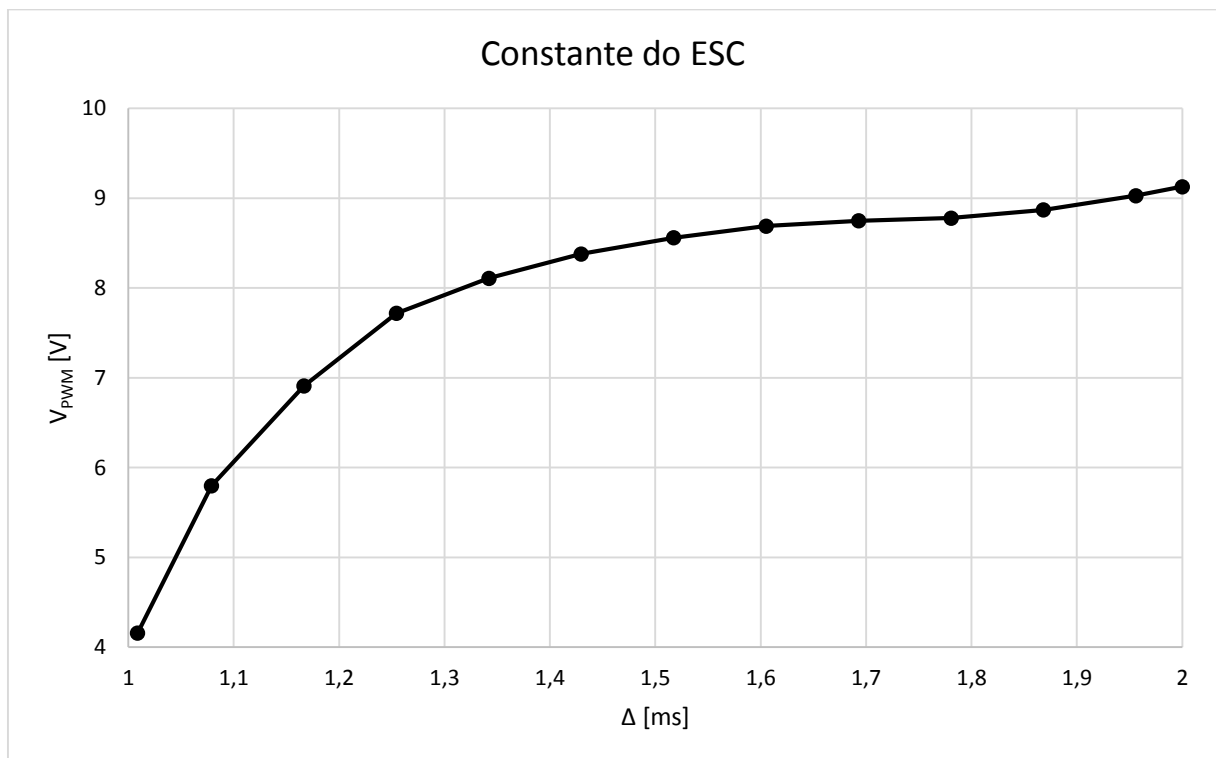
A função de transferência resultante do motor, obtida pela Equação 137, é apresentada na Equação 152.

$$G_V = \frac{\Omega(s)}{V_{PWM}(s)} = \frac{131,3016864}{0,178648417s + 1} \quad (152)$$

O motor utilizado apresenta, segundo experimentos realizados, corrente máxima de 12 A (com a hélice), tensão nominal de 11,1 V e  $K_V$  é 1.254 rpm/V, portanto pode atingir uma velocidade de até 13.800 rpm.

Para a obtenção da função de transferência do ESC, Equação 121 (Capítulo 4), foi realizado um experimento para encontrar a relação da velocidade angular do motor para cada valor de comando PWM entre 1 ms e 2 ms. A Figura 39 apresenta a relação do comando de entrada e a tensão de saída do ESC para o controle de velocidade dos motores.

Figura 39 – Gráfico da constante do ESC



Fonte: Autoria própria.

Através do gráfico da constante do ESC é possível observar que o valor adequado para a relação de comando PWM e tensão de saída do ESC, obtida pela Equação 121 (Capítulo 4), é o apresentado na Equação 153.

$$K_{ESC} = \frac{V_{PWM}(s)}{\Delta(s)} = 4,3625 \quad (153)$$

Como o valor máximo de tensão de saída para  $\Delta = 2$  ms é  $V_{PWM} = 9,13$  V, então  $K_{ESC}$  não pode ser maior que 4,565. Para  $\Delta = 1$  ms,  $V_{PWM} = 4,16$  V e  $K_{ESC} = 4,16$ . Portanto, o valor mínimo de  $K_{ESC}$  deve ser 4,16. O valor adequado para  $K_{ESC}$  foi resultante da média dos dois valores obtidos.

Para obter a função de transferência do tacômetro, Equação 143 (Capítulo 4), foi considerado que o valor de velocidade medida pelo tacômetro é igual ao valor de velocidade real do motor, resultando na Equação 154.

$$K_t = \frac{\Omega_m(s)}{\Omega_r(s)} = 1 \quad (154)$$

### 5.2.2 Controle de Altitude

Para encontrar a função de transferência do quadricóptero, Equação 119 (Capítulo 4), foram pesadas, utilizando uma balança de precisão, as massas dos componentes do quadricóptero, resumidas na Tabela 3, somadas para a obtenção da massa total e realizado o experimento do fator de empuxo dos motores.

Tabela 3 – Massa dos componentes do quadricóptero

Componentes	Massa unitária (g)	Quantidade	Massa total (kg)	Peso (N)
Frame Arducopter® Receptor Módulo GPS	435,31	1	0,43531	4,27039
ESC 4 em 1	115,11	1	0,11511	1,12922
UBEC	28,54	1	0,02854	0,27998
Hélices	12,28	4	0,04912	0,48186
Motores	54,17	4	0,21668	2,12563
Bateria	162,50	1	0,16250	1,59412
<b>Quadricóptero</b>	1007,26	1	<b>1,00726</b>	9,88122

Fonte: Autoria própria.

A Figura 40 mostra a plataforma de teste utilizada para o experimento da obtenção do gráfico do fator de empuxo.

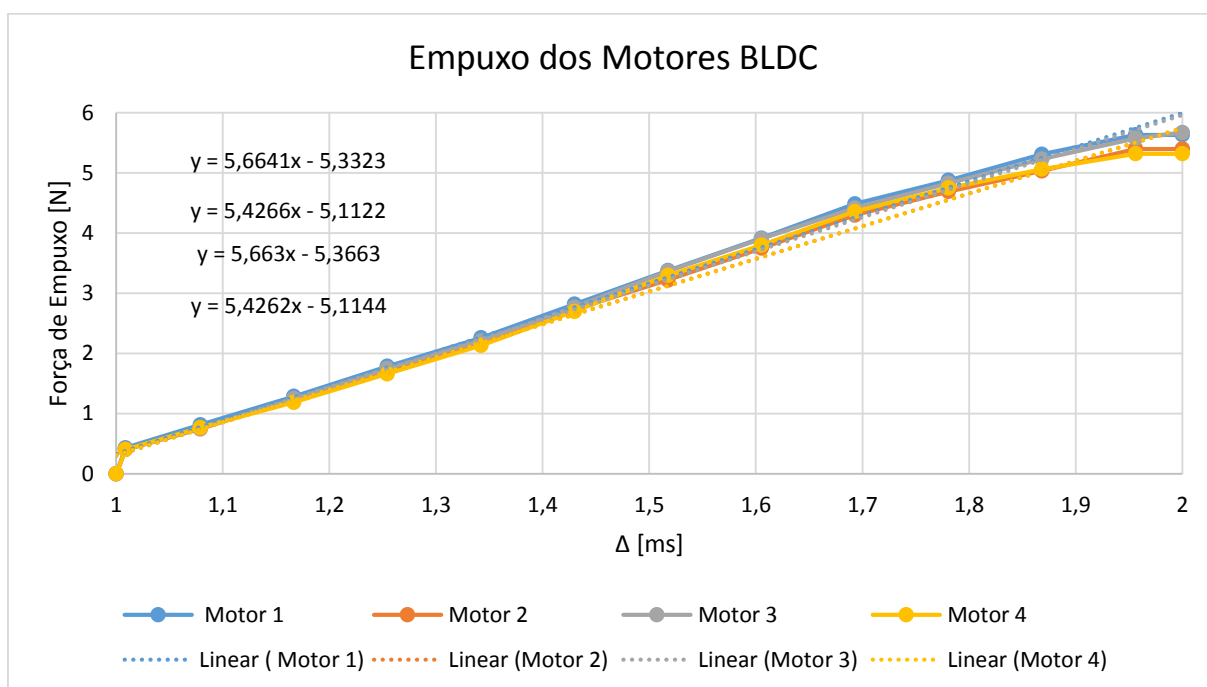
Figura 40 – Plataforma de teste para o experimento da força de empuxo



Fonte: Autoria própria.

Para o cálculo do fator de empuxo dos motores, a força de empuxo dos motores (com as hélices) foi medida para vários comandos PWM, que são proporcionais às velocidades angulares do motor. Com os valores obtidos no experimento foi possível plotar o gráfico apresentado na Figura 41, referente à relação entre a força de empuxo dos quatro motores BLDC com as hélices e o comando PWM respectivo. Através deste gráfico é possível encontrar o fator de empuxo dos motores.

Figura 41 – Gráfico da força empuxo dos motores BLDC



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 4 apresenta as constantes de regressão linear dos fatores de empuxo de cada um dos quatro motores BLDC mostradas na Figura 41.

Tabela 4 – Constantes dos fatores de empuxo dos quatro motores BLDC

Constantes dos Motores	<i>a</i>	<i>b</i>
$K_1$	5,6641	5,3323
$K_2$	5,4266	5,1122
$K_3$	5,663	5,3663
$K_4$	5,4262	5,1144

Fonte: Autoria própria

Para encontrar a função de transferência do fator de empuxo, obtida pela Equação 141 (Capítulo 4), foi calculado o fator de empuxo total médio (somando o fator de empuxo dos quatro motores) com base na Tabela 4, resultando no valor apresentado na Equação 155.

$$K_i = \frac{F_i(s)}{\Delta(s)} = 9,2517110724 \quad (155)$$

A massa total do quadricóptero no momento do primeiro teste de voo corresponde a 1,00726 kg (Tabela 3). Considerando que a aceleração da gravidade é  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ , o peso do quadricóptero é de 9,88122 N.

Como o peso do quadricóptero é de 9,88122 N (1007,26 g), cada motor exerce um empuxo mínimo de aproximadamente 2,40305 N (251,815 g) para levantar o quadricóptero. O comando PWM correspondente à essa força de empuxo é de 1,4063 ms. Considerando que os pulsos de 1 ms a 2 ms são equivalentes aos sinais PWM de 0 a 255, observa-se que o sinal 105, equivalente a 1,4122 ms, corresponde a um empuxo total de 10,58891 N (1079,4 g) e a um empuxo aproximado de 2,64723 N (269,85 g) de cada motor. O sinal 105 corresponde a 41,22% da velocidade máxima do motor. O empuxo máximo dos quatro motores juntos é de 22,01364 N (2244 g). Os valores aqui mencionados estão resumidos na Tabela 5.

Tabela 5 – Forças de empuxo do quadricóptero

Sinal	$\Delta$ [ms]	Empuxo motor [N]	Massa motor [g]	Empuxo total [N]	Massa total [g]
-	1,4063	2,40305	251,815	9,88122	1007,26
105	1,4122	2,64723	269,85	10,58891	1079,4
255	2	5,50341	561	22,01364	2244

Fonte: Autoria própria.

Sendo o sinal 105 equivalente a 1,4122 ms, considera-se que o quadricóptero começa a levantar voo a partir de 1,4122 ms (saída do controlador PID). Portanto, a gravidade pode ser retirada da Equação 119 e da simulação do Simulink® caso seja considerado um tempo de atraso de 41,22% do tempo total de simulação para o início da variação da altitude. Esse tempo de atraso, que é o tempo de degrau (*step time*) do Simulink®, é uma forma de fazer com que o tempo em que o quadricóptero continua no chão, mesmo que a velocidade dos motores esteja aumentando, seja representado. O tempo total de simulação passará a ser obtido pela Equação 156.

$$t_{TS} = t_{IS} + 0,412 \times t_{IS} \quad (156)$$

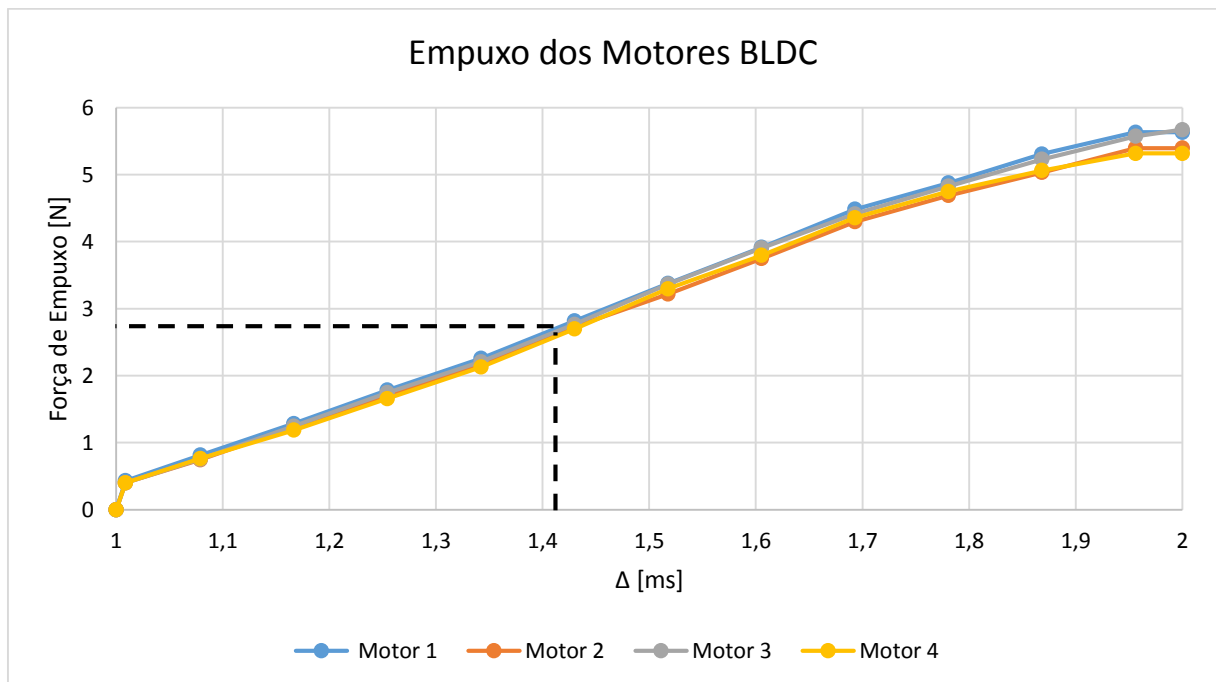
Onde:

$t_{TS}$  = Tempo total da simulação

$t_{IS}$  = Tempo inicial da simulação

A Figura 42 mostra o gráfico da força empuxo dos motores BLDC considerando o atual peso do quadricóptero, onde a linha tracejada corresponde ao momento em que o quadricóptero começa a levantar voo.

Figura 42 – Gráfico da força empuxo dos motores BLDC com indicação de início de voo



Fonte: Autoria própria.



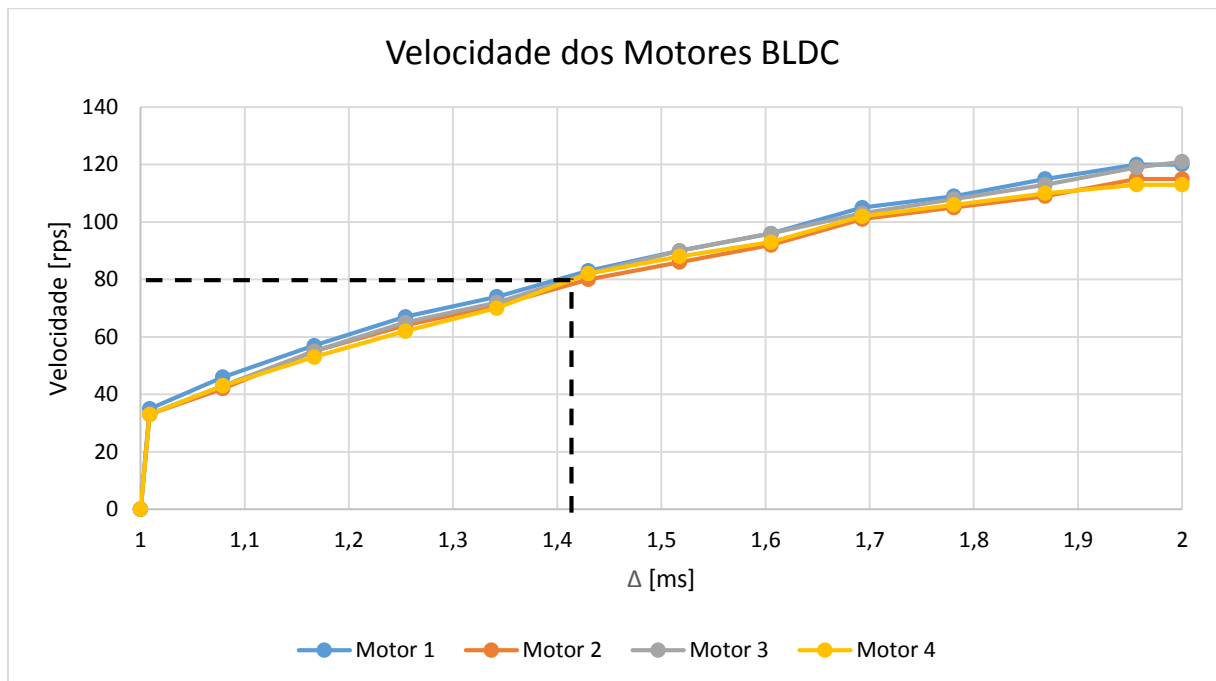
Como o peso do quadricóptero é de 9,88122 N (1007,26 g) e o empuxo máximo para os quatro motores juntos é de 22,01364 N (2244 g), então há a possibilidade de uma carga extra, como câmeras e outros sensores, que possuam menos de 12,13242 N (1236,74 g) no total, já que deve ser levado em consideração que o quadricóptero não levanta voo enquanto os motores estiverem em sua velocidade mínima e que a altitude máxima atingida será menor à medida que o quadricóptero fica mais pesado.

Para encontrar a função de transferência do quadricóptero, obtida pela Equação 119 (Capítulo 4), levando em consideração a retirada da gravidade na equação, a massa atual do quadricóptero, obtida na Tabela 3, e o fator de empuxo da Equação 155 estará em um bloco separado do Simulink®, a função de transferência resultante é apresentada na Equação 157.

$$\frac{Z(s)}{\Delta(s)} = \frac{1}{1,00726s^2} \quad (157)$$

A Figura 43 mostra o gráfico referentes à relação da velocidade dada em rps pelos 4 motores BLDC juntamente com as hélices e o comando PWM respectivo.

Figura 43 – Gráfico da velocidade dos motores BLDC



Fonte: Autoria própria.

A linha tracejada corresponde ao momento em que o quadricóptero começa a levantar voo, onde a velocidade média de cada motor corresponde à 80 rps, e a velocidade máxima que cada motor pode atingir equivale à 120 rps.

Para encontrar a função de transferência do sensor de altitude, obtida pela Equação 145 (Capítulo 4), foi considerado que o valor de altitude medida pelo sensor é igual ao valor de altitude real do quadricóptero, resultando na Equação 158.

$$K_s = \frac{Z_m(s)}{Z_r(s)} = 1 \quad (158)$$

### 5.3 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Nesta seção são apresentados os controles de velocidade dos motores, **Seção 5.3.1**, e de altitude, **Seção 5.3.2**, sem distúrbios, pois estão sendo simulados em um ambiente interno, bem como os valores de ajuste do controlador PID adequados para cada sistema.

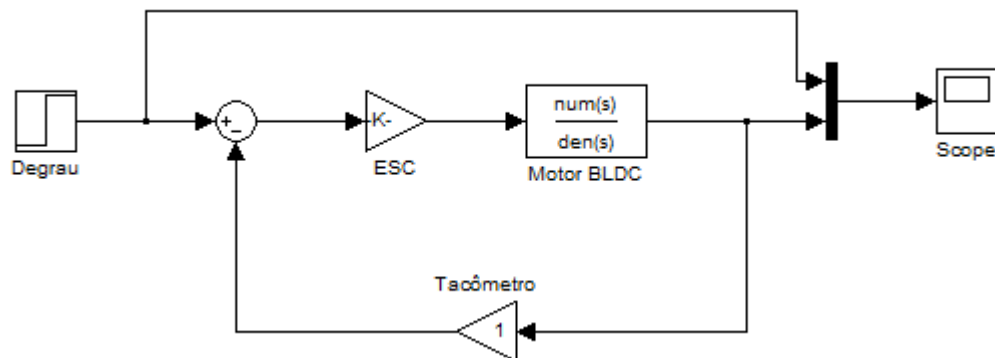
#### 5.3.1 Controle de Velocidade dos Motores

Nesta seção é apresentada a análise dos sistemas sem controlador e com controlador PID para o controle de velocidade do motor BLDC.

##### 5.3.1.1 Sistema sem controlador

O sistema de malha fechada sem controlador em que o valor de referência (velocidade desejada) é um degrau unitário é apresentado na Figura 44. A função de transferência do motor, a constante do ESC e a constante do tacômetro estão apresentadas respectivamente nas Equações 152, 153 e 154.

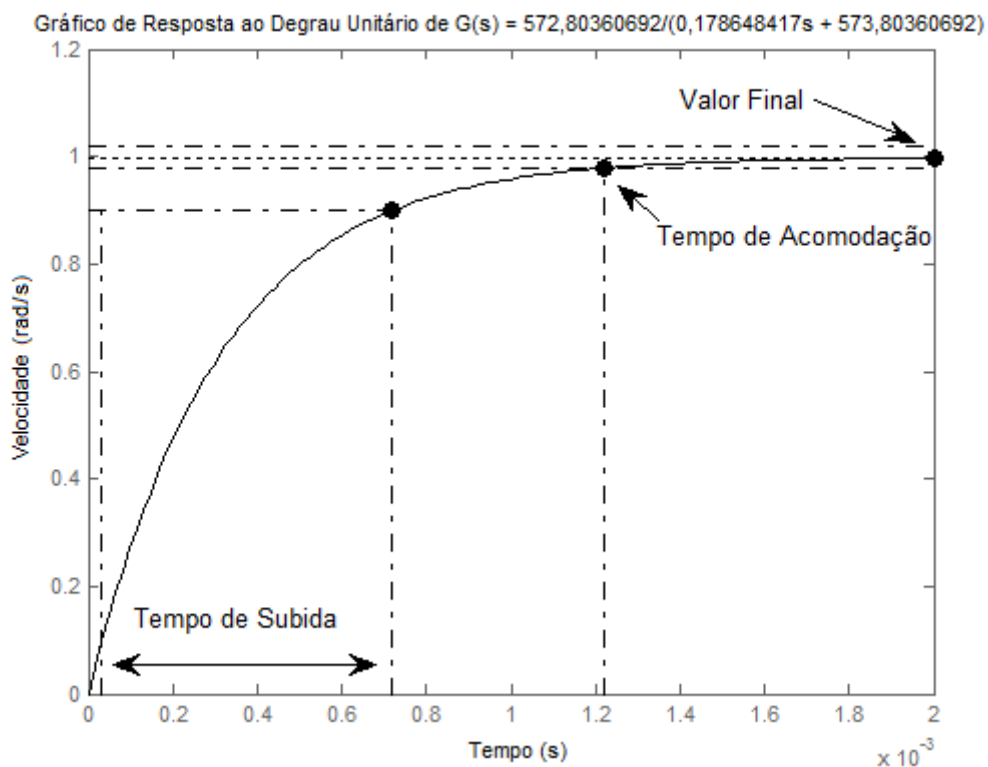
Figura 44 – Representação do sistema de velocidade do motor sem controlador no Simulink®



Fonte: Autoria própria.

A Figura 45 apresenta o gráfico de resposta ao degrau unitário sem controlador.

Figura 45 – Gráfico de resposta ao degrau unitário do sistema de velocidade sem controlador



Fonte: Autoria própria.

Através do gráfico da Figura 45 é possível se obter o tempo de subida de 0,000684 s, tempo de acomodação de 0,00122 s, valor final de 0,998 rad/s referente ao regime permanente

e o tempo referente à pausa na simulação de 0,002 s. O erro estacionário do sistema com resposta ao degrau é calculado através da Equação 21 (Capítulo 2) e obtido na Equação 159.

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \frac{1}{s}}{1 + \frac{572,80360692}{0,178648417s + 1}} = 1,74579906257 \times 10^{-3} \quad (159)$$

Os valores obtidos nesta **Seção 5.3.1.1** estão resumidos na Tabela 6.

Tabela 6 – Parâmetros referentes ao sistema de velocidade sem controlador PID

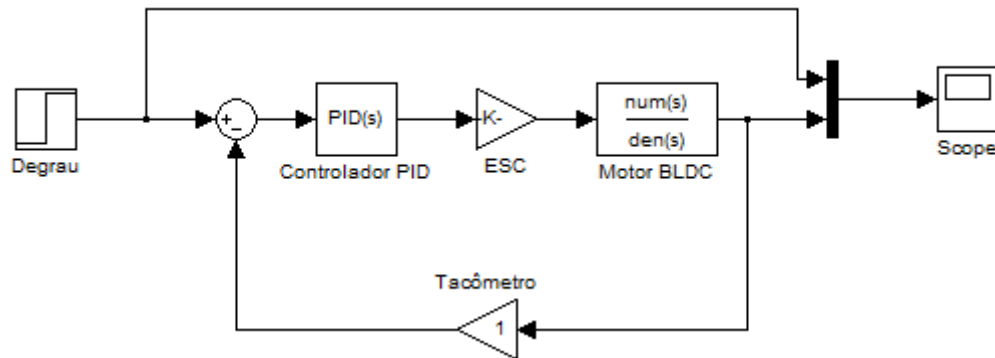
Parâmetros	Sem controlador
$K_P$	-
$K_I$	-
$K_D$	-
Coefficiente do Filtro (N)	-
Tempo de subida (s)	0,000684
Tempo de Acomodação (s)	0,00122
Valor Final	0,998
Amplitude do Pico	-
Sobressinal (%)	-
Tempo do Sobressinal (s)	-
Tempo de Pausa na Simulação (s)	0,002
Tempo do Degrau (s)	-
Erro estacionário	$1,74579906257 \times 10^{-3}$

Fonte: Autoria própria.

### 5.3.1.2 Sistema com controlador

O sistema de malha fechada com controlador em que o valor de referência (velocidade desejada) é um degrau unitário é apresentado na Figura 46. A função de transferência do motor, a constante do ESC e a constante do tacômetro estão apresentadas respectivamente nas Equações 152, 153 e 154.

Figura 46 – Representação do sistema de velocidade do motor com controlador no Simulink®



Fonte: Autoria própria.

Os valores de ajuste escolhidos, através de ajuste manual, do controlador PID foram  $K_P = 0$ ,  $K_I = 0,0035$ ,  $K_D = 0$  e  $N = 0$ . O motivo de se escolher apenas um valor para  $K_I$  é garantir que não se tenha sobressinal, o que poderia danificar o motor ou a bateria. O valor final é o valor desejado, ao contrário do sistema sem controlador, e apesar dos tempos serem mais lentos, não houve risco de danos aos componentes. A função de transferência resultante do controlador PID, calculada pela Equação 17, é apresentada na Equação 160.

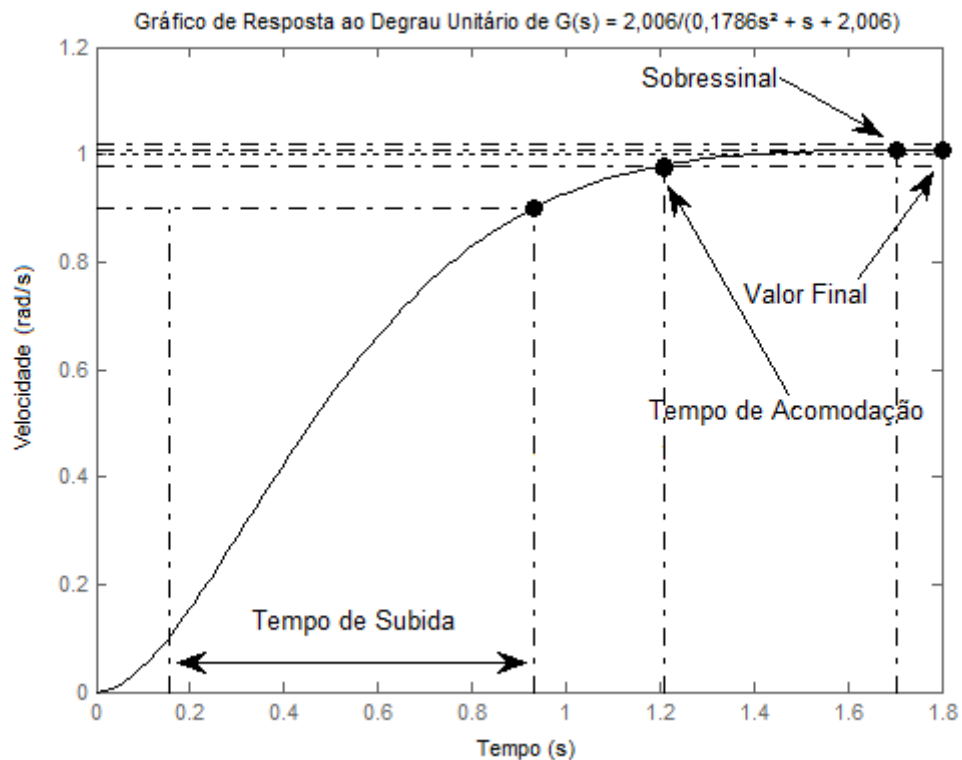
$$\frac{U_{PID}(s)}{E(s)} = \frac{0,0035}{s} \quad (160)$$

A Figura 47 apresenta o gráfico de resposta ao degrau unitário com controlador. Através do gráfico da Figura 47 é possível se obter o tempo de subida de 0,778 s, tempo de acomodação de 1,21 s, amplitude de pico de 1,01 rad/s que é equivalente a um sobressinal de 0,847% no tempo de 1,71 s que pode ser considerado desprezível, valor final de 1 rad/s referente ao regime permanente e o tempo referente à pausa na simulação de 1,8 s. O erro estacionário do sistema com resposta ao degrau é calculado através da Equação 21 (Capítulo 2) e obtido na Equação 161.

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \frac{1}{s}}{1 + \frac{2,0059456}{0,178648417s^2 + s}} = 0 \quad (161)$$

Os valores obtidos nesta **Seção 5.3.1.2** estão resumidos na Tabela 7.

Figura 47 – Gráfico de resposta ao degrau unitário do sistema de velocidade com controlador



Fonte: Autoria própria.

Tabela 7 – Parâmetros referentes ao sistema de velocidade com controlador PID

Parâmetros	Com controlador
$K_P$	0
$K_I$	0,0035
$K_D$	0
Coefficiente do Filtro (N)	0
Tempo de subida (s)	0,778
Tempo de Acomodação (s)	1,21
Valor Final	1
Amplitude do Pico	1,01
Sobressinal (%)	0,847
Tempo do Sobressinal (s)	1,71
Tempo de Pausa na Simulação (s)	1,8
Tempo do Degrau (s)	-
Erro estacionário	0

Fonte: Autoria própria.

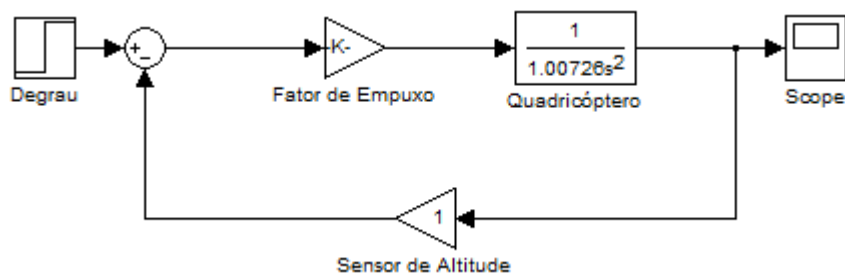
### 5.3.2 Controle de Altitude

Nesta seção é apresentada a análise dos sistemas sem controlador e com controlador PID para o controle de altitude do quadricóptero.

#### 5.3.2.1 Sistema sem controlador

O sistema de malha fechada sem controlador em que o valor de referência (altitude desejada) é um degrau unitário é apresentada na Figura 48. A função de transferência do quadricóptero, o fator de empuxo e a constante do sensor de altitude estão apresentadas respectivamente nas Equações 155, 157 e 158.

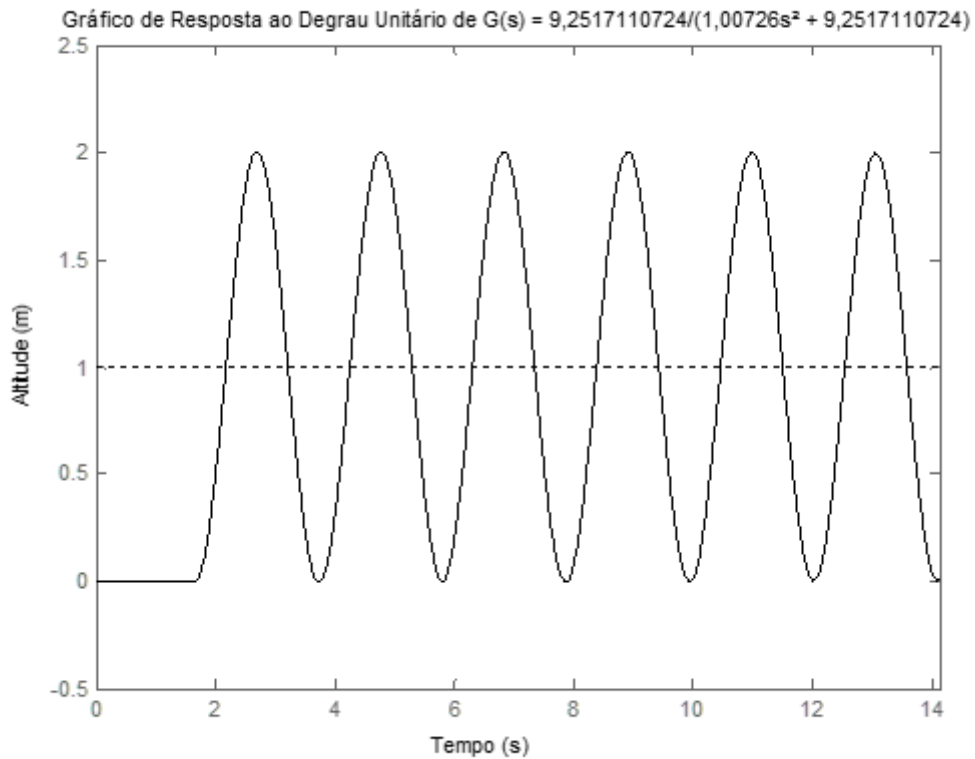
Figura 48 – Representação do sistema de altitude sem controlador no Simulink®



Fonte: Autoria própria.

O tempo de simulação inicial escolhido foi  $t_{IS} = 10$  s, portanto o tempo do degrau (*step time*) foi estimado em 4,122 s, que corresponde a 41,22% de 10 s, e indica o tempo em que o quadricóptero começará a subir. O tempo de simulação passará a ser, de acordo com a Equação 156,  $t_{TS} = 14,122$  s. A Figura 49 apresenta o gráfico de resposta ao degrau unitário sem controlador.

Figura 49 – Gráfico de resposta ao degrau unitário do sistema de altitude sem controlador



Fonte: Autoria própria.

Através do gráfico da Figura 49 é possível se obter a amplitude de pico de 2 m no tempo de 5,162 s que pode ser considerado desprezível, valor final referente ao regime permanente é infinito e o tempo referente à pausa na simulação de 14,122 s. O erro estacionário do sistema com resposta ao degrau é calculado através da Equação 21 (Capítulo 2) e obtido na Equação 162.

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \frac{1}{s}}{1 + \frac{9,2517110724}{1,00726s^2}} = 0 \quad (162)$$

Os valores obtidos nesta **Seção 5.3.2.1** estão resumidos na Tabela 8.



Tabela 8 – Parâmetros referentes ao sistema de altitude sem controlador PID

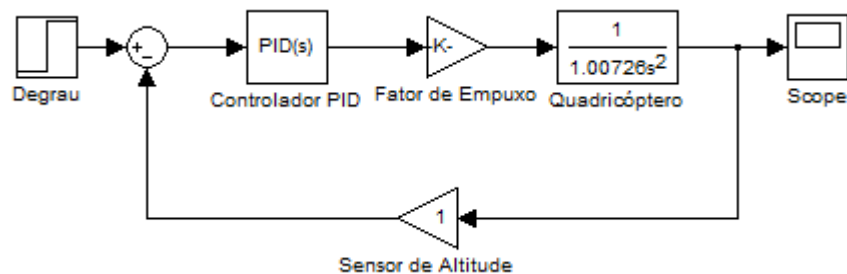
Parâmetros	Sem controlador
$K_P$	-
$K_I$	-
$K_D$	-
Coefficiente do Filtro (N)	-
Tempo de subida (s)	-
Tempo de Acomodação (s)	-
Valor Final (m)	Inf <sup>5</sup>
Amplitude do Pico (m)	2
Sobressinal (%)	NaN <sup>6</sup>
Tempo do Sobressinal (s)	5,162
Tempo de Pausa na Simulação (s)	14,122
Tempo do Degrau (s)	4,122
Erro estacionário	0

Fonte: Autoria própria.

### 5.3.2.2 Sistema com controlador

O sistema de malha fechada com controlador em que o valor de referência (altitude desejada) é um degrau unitário é apresentado na Figura 50. A função de transferência do quadricóptero, o fator de empuxo e a constante do sensor de altitude estão apresentadas respectivamente nas Equações 155, 157 e 158.

Figura 50 – Representação do sistema de altitude com controlador no Simulink<sup>®</sup>



Fonte: Autoria própria.

<sup>5</sup> Infinito.

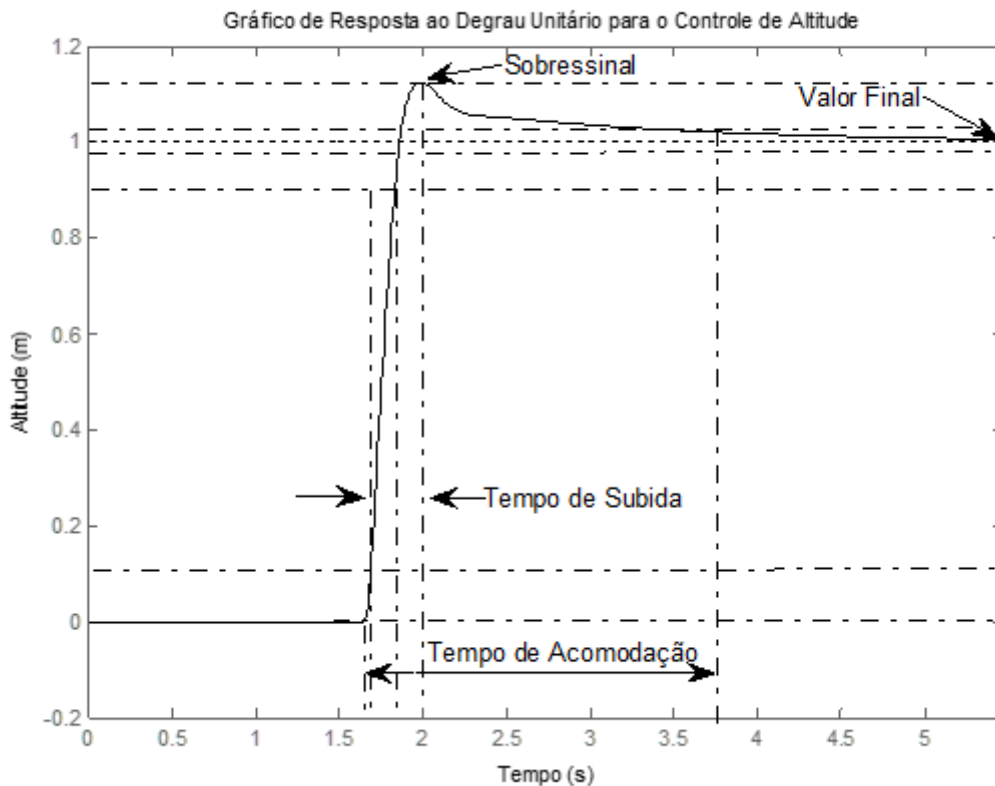
<sup>6</sup> Do inglês *Not a Number*, é utilizado para representar um valor numérico não válido.

Os valores de ajuste escolhidos, através de ajuste manual, do controlador PID foram  $K_p = 0,7575$ ,  $K_I = 0,0519$ ,  $K_D = 1,0043$  e  $N = 18,4898$ . O motivo da escolha desses valores de ajuste foi o de alcançar a altitude desejada de forma rápida e que o sobressinal não apresentasse valor alto. A função de transferência resultante do controlador PID, calculada pela Equação 17, é apresentada na Equação 163.

$$\frac{U_{PID}(s)}{E(s)} = \frac{19,33s^2 + 14,06s + 0,9591}{s^2 + 18,49s} \quad (163)$$

O tempo de simulação inicial escolhido foi  $t_{IS} = 4$  s, portanto o tempo do degrau (*step time*) foi estimado em 1,649 s, que equivale a 41,22% de 4 s, indicando o tempo em que o quadricóptero começará a subir. O tempo de simulação passará a ser, de acordo com a Equação 156,  $t_{TS} = 5,649$  s. A Figura 51 apresenta o gráfico de resposta ao degrau unitário com controlador.

Figura 51 – Gráfico de resposta ao degrau unitário do sistema de altitude com controlador



Fonte: Autoria própria.

Através do gráfico da Figura 51 é possível se obter o tempo de subida de 0,145 s, tempo de acomodação de 2,11 s, amplitude de pico de 1,13 m que é equivalente a um sobressinal de 12,6% no tempo de 2 s, valor final de 1 m referente ao regime permanente e o tempo referente à pausa na simulação de 5,65 s. O erro estacionário do sistema com resposta ao degrau é calculado através da Equação 21 (Capítulo 2) e obtido na Equação 164.

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \frac{1}{s}}{1 + \left( \frac{19,33s^2 + 14,06s + 0,9591}{s^2 + 18,49s} \right) \left( \frac{9,2517110724}{1,00726s^2} \right)} = 0 \quad (164)$$

Todos os valores obtidos nesta **Seção 5.3.2.2** estão resumidos na Tabela 9.

Tabela 9 – Parâmetros referentes ao sistema de altitude com controlador PID

Parâmetros	Com controlador
$K_P$	0,7575
$K_I$	0,0519
$K_D$	1,0043
Coefficiente do Filtro (N)	18,4898
Tempo de subida (s)	0,145
Tempo de Acomodação (s)	2,11
Valor Final (m)	1
Amplitude do Pico (m)	1,13
Sobressinal (%)	12,6
Tempo do Sobressinal (s)	2
Tempo de Pausa na Simulação (s)	5,65
Tempo do Degrau (s)	1,65
Erro estacionário	0

Fonte: Autoria própria.

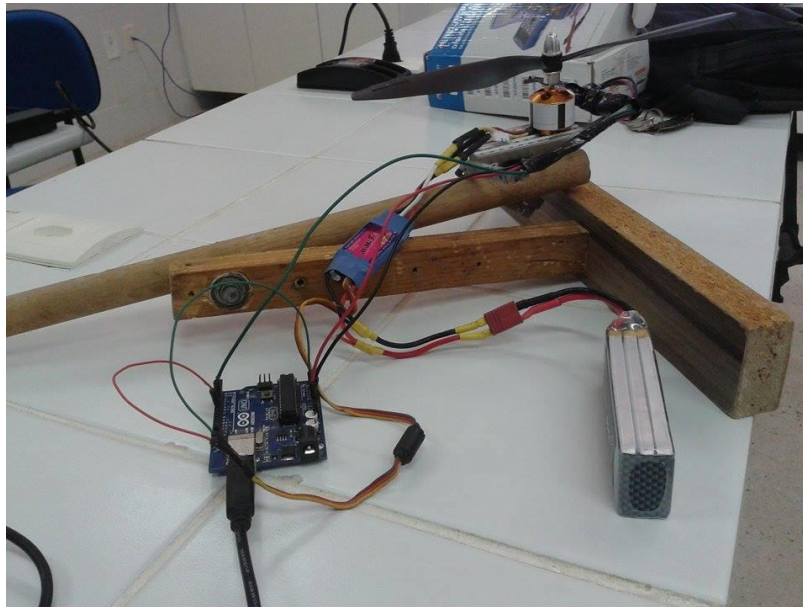
#### 5.4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta seção é apresentado o controle de velocidade do motor BLDC com a hélice. Como o experimento foi realizado em ambiente interno, não há distúrbios como rajadas de vento. Os valores de ajuste do controlador PID foram os mesmos utilizados na simulação computacional a fim de compará-los.

### 5.4.1 Controle de Velocidade dos Motores

No controle de velocidade do motor foram utilizados o motor BLDC, hélice, ESC, bateria e Arduino®. O valor de  $K_I$ , apresentado na Tabela 7 (Seção 5.3.1.2), inserido no algoritmo foi o mesmo utilizado no controle simulado no Simulink®. A Figura 52 ilustra a montagem para a realização do experimento.

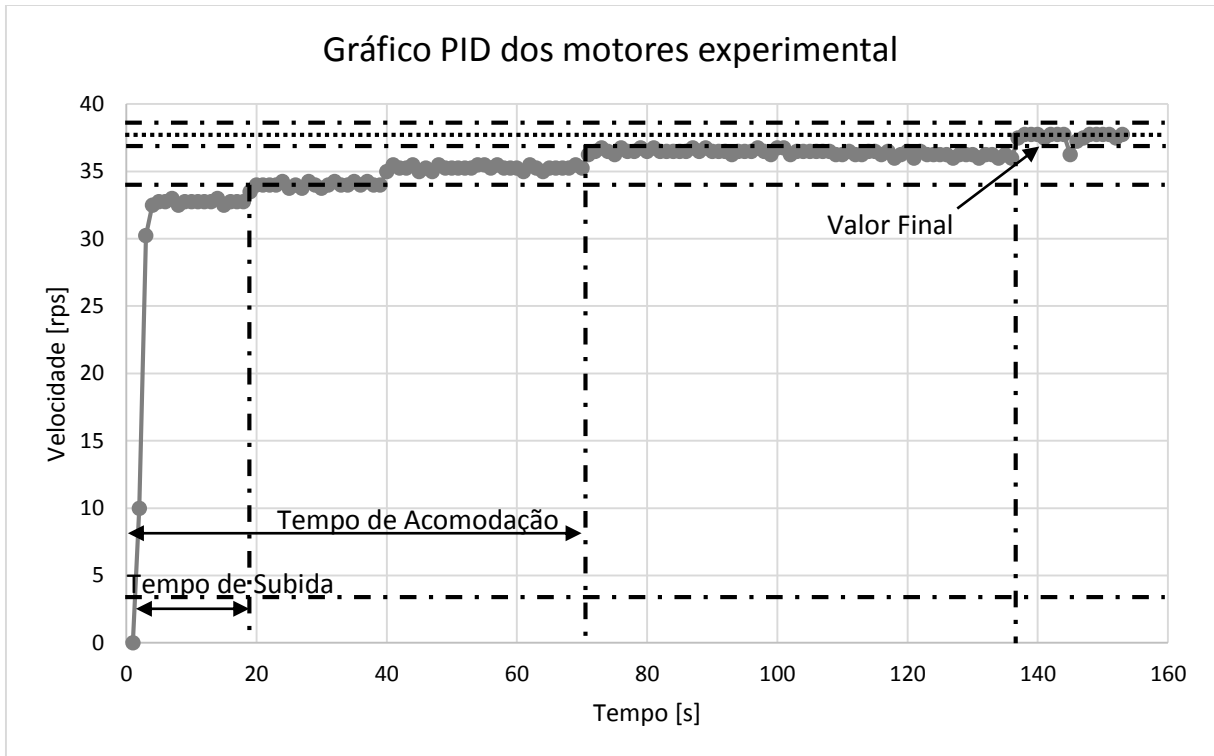
Figura 52 – Experimento do controle PID de velocidade do motor BLDC



Fonte: Autoria própria.

O valor escolhido como sendo o valor de entrada, ou seja, de velocidade desejada, foi de 37,5 rps. Em seguida os valores obtidos foram utilizados para gerar um gráfico velocidade x tempo apresentado na Figura 53. A curva obtida no gráfico segue o mesmo formato para qualquer valor de velocidade desejada.

Figura 53 – Gráfico de resposta ao degrau do motor com controlador PID experimental



Fonte: Autoria própria.

O gráfico para o valor de velocidade desejada de 37,5 rps é equivalente ao do gráfico de degrau unitário. Caso a mesma velocidade estivesse em rpm ou rad/s os tempos necessários para se obter o tempo de subida e de acomodação seriam os mesmos, como mostra a Tabela 10.

Tabela 10 – Velocidades e tempos equivalentes

Amplitude	Velocidade (rps)	Velocidade (rpm)	Velocidade (rad/s)	Tempo (s)
1,02	38,25	2295	240,331788	-
1	37,5	2250	235,6194	137
0,98	36,75	2205	230,907012	72
0,90	33,75	2025	212,05746	19
0,10	3,75	225	23,56194	1

Fonte: Autoria própria.

O tempo total do experimento foi de 153 s. Comparando-se a simulação com o experimento, o gráfico é similar ao da Figura 47, porém o tempo do experimento foi muito longo. Assim como o tempo de simulação, os tempos de subida e acomodação também foram longos. Através do gráfico da Figura 53, cuja saída é a velocidade em rps, pode se obter o tempo

de subida de 18 s e tempo de acomodação de 72 s. Não foi obtido valor de sobressinal no experimento, o que valida os ganhos do controlador aplicado ao motor, e o erro estacionário é nulo. Os valores aqui obtidos estão apresentados na Tabela 11.

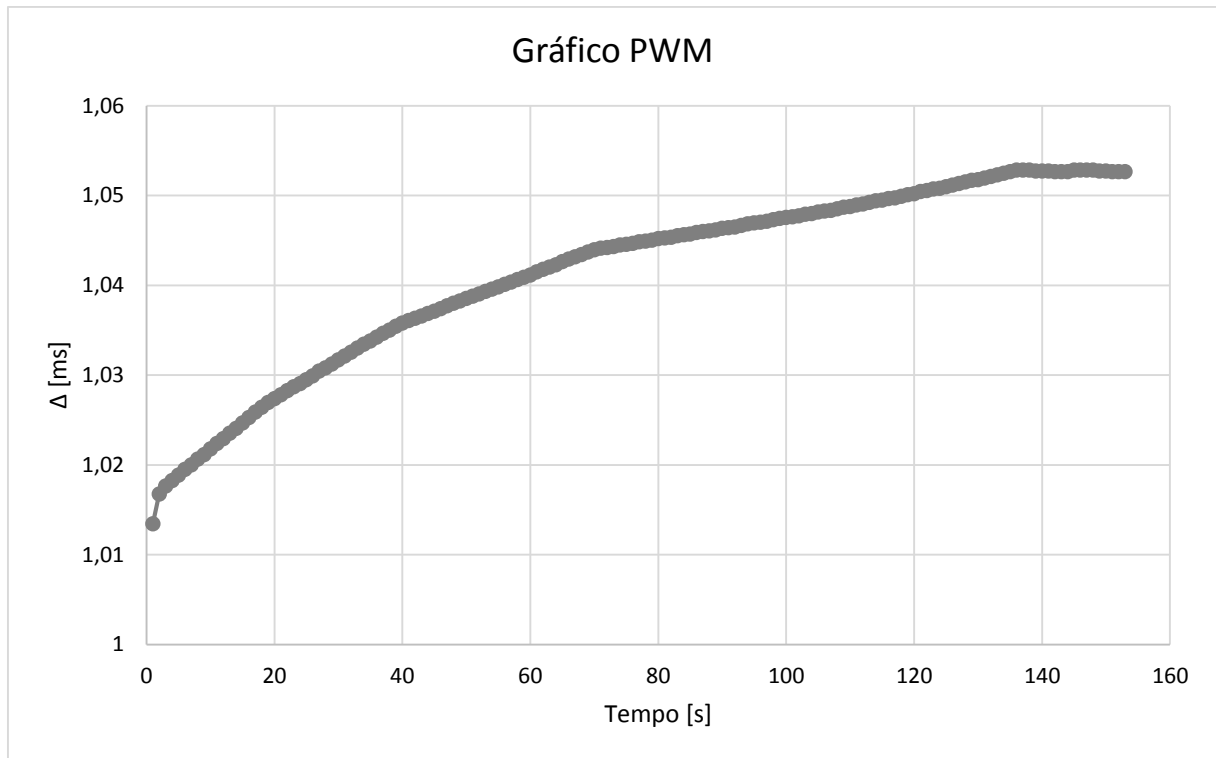
Tabela 11 – Valores experimentais para o sistema de velocidade com controlador PID

<b>Parâmetros</b>	<b>Com controlador</b>
$K_P$	0
$K_I$	0,0035
$K_D$	0
Coefficiente do Filtro (N)	0
Tempo de subida (s)	18
Tempo de Acomodação (s)	72
Valor Final (rps)	37,5
Amplitude do Pico (rps)	37,5
Sobressinal (%)	0
Tempo do Sobressinal (s)	-
Tempo de Pausa na Simulação (s)	153
Tempo do Degrau (s)	-
Erro estacionário	0

Fonte: Autoria própria.

A Figura 54 apresenta a relação entre o comando PWM e o tempo total de duração do experimento do controle de velocidade do motor.

Figura 54 – Gráfico da relação dos comandos PWM ao longo do tempo



Fonte: Autoria própria.

Com isso é possível observar a variação do comando PWM sendo enviado aos motores, o qual é proporcional à velocidade do motor ao longo do tempo, até atingir o valor de velocidade desejado.

## 5.5 COMPARAÇÃO: RESULTADOS COMPUTACIONAIS E EXPERIMENTAIS

Nesta seção é apresentada a comparação entre o controle de velocidade do motor BLDC com a hélice simulado e experimental. Os valores de ajuste do controlador PID foram os mesmos utilizados na simulação computacional e no experimento a fim de compará-los.

### 5.5.1 Controle de Velocidade dos Motores

A Tabela 12 apresenta a comparação entre os valores obtidos para o controle de velocidade do motor BLDC simulado e o experimental.

Tabela 12 – Comparação dos valores do sistema de velocidade simulado e experimental

<b>Parâmetros</b>	<b>Simulado</b>	<b>Experimental</b>
$K_P$	0	0
$K_I$	0,0035	0,0035
$K_D$	0	0
Coefficiente do Filtro (N)	0	0
Tempo de subida (s)	0,778	18
Tempo de Acomodação (s)	1,21	72
Valor Final (rps)	1	37,5
Amplitude do Pico (rps)	1,01	37,5
Sobressinal (%)	0,847	0
Tempo do Sobressinal (s)	1,71	-
Tempo de Pausa na Simulação (s)	1,8	153
Tempo do Degrau (s)	-	-
Erro estacionário	0	0

Fonte: Autoria própria.

Os tempos de subida e de acomodação do experimento foram maiores que os da simulação, uma vez que o tempo do experimento também foi maior. Devido à simplificação da função de transferência do motor, como a não inclusão da variável referente ao coeficiente de atrito viscoso do motor, o valor de  $K_I$  adequado na simulação fez com que no experimento a resposta fosse mais lenta. O erro estacionário em ambos os casos é nulo, ou seja, o valor de saída é o igual ao valor desejado em regime permanente. Enquanto na simulação o valor do sobressinal foi de 0,847%, que pode ser considerado desprezível, não foi obtido valor de sobressinal no experimento, uma vez que o valor da velocidade de saída não ultrapassou em momento algum o valor de velocidade desejada, o que era esperado por questões de segurança.

Ao longo deste capítulo foram apresentados os resultados do primeiro teste de voo do quadricóptero sem o controlador proposto, cujo objetivo foi o de verificar se todos os componentes do quadricóptero estavam funcionando corretamente, resultados dos experimentos propostos no Capítulo 4, resultados das simulações referentes ao controle de velocidade do motor e ao controle de altitude do quadricóptero, bem como resultados do experimento do controle de velocidade do motor BLDC. Ao final foi realizada uma comparação entre os valores obtidos computacionalmente e experimentalmente referentes ao controle de velocidade do motor. Conclusões e recomendações para trabalhos futuros serão apresentados no Capítulo 6.



## 6 CONCLUSÕES

Considerando que os VANTs têm recebido uma crescente atenção nos últimos anos por parte de pesquisadores e amadores, o vasto campo de aplicações e o interesse em iniciar pesquisas nessa área no Programa de Pós-graduação em Sistemas de Comunicação na UFERSA motivaram esse estudo. O presente trabalho teve por objetivo controlar o sistema de propulsão de um VANT do tipo quadricóptero para aplicação no controle de altitude em ambientes fechados. Para isso, foram realizados estudos referentes às pesquisas no Brasil e no mundo cujos focos foram o levantamento dos componentes necessários para a montagem do quadricóptero, a modelagem dinâmica através do formalismo de Euler-Lagrange, por possuir a mesma forma em qualquer sistema de coordenadas generalizadas e ser mais adequado a generalizações, e a técnica do controle PID.

Através do primeiro teste de voo foi verificada a necessidade de ter uma melhor distribuição dos componentes do quadricóptero a fim de deixá-lo o mais simétrico possível, evitando assim que o mesmo fique inclinado quando não deveria estar, verificou-se a necessidade da troca das bases de fibra de vidro que sustentam os motores por bases de alumínio, com o objetivo de reduzir a vibração dos motores.

A partir dos experimentos, realizados para a obtenção dos parâmetros do quadricóptero, foram obtidas funções de transferência para o ESC, motores BLDC, quadricóptero, bem como o fator de empuxo do sistema de propulsão constituído de motores e hélices. A obtenção das funções de transferência e constantes possibilitaram a realização de simulações do controle de velocidade do motor BLDC e do controle de altitude do quadricóptero no Simulink<sup>®</sup>/MATLAB.

A partir da simulação realizada referente ao controle de velocidade do motor BLDC foi possível concluir que, para o ajuste do controlador PID, foi escolhido apenas um valor para  $K_I$ , pois foi a forma de não haver sobressinal, o que poderia danificar algum dos componentes envolvidos no controle devido a picos de corrente. No experimento foi utilizado o mesmo valor de  $K_I$  utilizado na simulação, porém o tempo do experimento foi mais longo, devido à simplificação na função de transferência do motor como a não inclusão do coeficiente de atrito viscoso, fazendo com que os tempos de subida e acomodação também fossem maiores.

A partir da simulação realizada referente ao controle de altitude do quadricóptero, foi possível concluir que, com os valores de ajuste escolhidos para o controlador PID, a altitude desejada foi alcançada de forma rápida com um valor do sobressinal dentro do aceitável.

O controle de altitude experimental com o quadricóptero montado não foi realizado devido à falta de alguns componentes que, apesar de terem sido adquiridos, não foram entregues a tempo. Para o primeiro teste de voo, alguns dos componentes haviam sido emprestados e tiveram que ser devolvidos antes da conclusão deste trabalho.

Por fim, este trabalho contribuiu com estudos na área de modelagem e controle de VANTs no Brasil, uma vez que a modelagem dinâmica do quadricóptero foi apresentada de forma detalhada e a escolha dos parâmetros necessários para o controle de velocidade e de altitude foram justificados, e iniciou novas pesquisas nesta área na Universidade Federal Rural do Semi-Árido.

## 6.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A fim de melhorar o desempenho do quadricóptero, algumas sugestões para trabalhos futuros são:

- Implementar o quadricóptero de forma autônoma através da regravação do código do Arducopter<sup>®</sup> através do Mission Planner<sup>®</sup>;
- Utilizar sensor ultrassônico para que o quadricóptero desvie de obstáculos por meio de implementação e programação;
- Implementar o controle PID de altitude no quadricóptero com os ganhos sugeridos através de simulação no Simulink<sup>®</sup>/MATLAB e comparar com os valores simulados nesta dissertação;
- Comparar outros métodos de ajuste dos ganhos do controlador PID com o utilizado nesta dissertação;
- Comparar outras técnicas de controle, principalmente controle avançados, com a técnica proposta nesta dissertação;
- Realizar o controle de posição horizontal e/ou controle de atitude;
- Substituir o Arducopter<sup>®</sup> por outro microcontrolador e desenvolver algoritmos com outras técnicas de controle.

## REFERÊNCIAS

ALVES, Ana Sophia Cavalcanti. **Estudo e Aplicação de Técnicas de Controle Embarcadas para Estabilização de Voo de Quadricópteros**. 2012. 121 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2012.

ARDUCOPTER. **Arducopter**. Disponível em <<http://code.google.com/p/arducopter>>. Acesso em: 27 mar. 2015.

ARDUINO. **Arduino/Genuino Uno: Overview and Technical Specs**. Disponível em <<https://www.arduino.cc/en/Main/arduinoBoardUno>>. Acesso em: 04 ago. 2015.

ARDUINO E CIA. **Sensor Óptico Reflexivo TCRT5000**. Disponível em: <<http://www.arduinoocia.com.br/2013/10/sensor-optico-reflexivo-tcrt5000.html>>. Acesso em: 28 jun. 2015.

APM COPTER. **Ardupilot**. Disponível em: <<http://copter.ardupilot.com/>>. Acesso em: 27 mar. 2015.

APM MULTIPLATAFORM AUTOPILOT. **Mission Planner – Ground Station**. Disponível em: <<http://planner.ardupilot.com/>>. Acesso em: 27 mar. 2015.

ASCTEC: **AscTec Hummingbird**. Disponível em: <<http://www.asctec.de/en/uav-uas-drone-products/asctec-hummingbird/>>. Acesso em: 13 dez. 2014.

BASAM, Venkata R.; KUMAR. G, Ravi. **Evolutionary Approach Based Design of BLDC Motor Controller with  $H_{\infty}$  Objectives**. In: COMPUTER AIDED METHODS FOR MODELLING, SIMULATION AND OPTIMIZATION, 2010, [s.l.]. Proceedings of the Computer Aided Methods for Modelling, Simulation and Optimization. [S.l.: s.n.], 2010. Não paginado.

BEARD, Randaw W. **Quadrotor Dynamics and Control**. 2008. 47 f. Brigham Young University, 2008.

BEER, Ferdinand P.; JOHNSTON JR., E. Russell. **Mecânica Vetorial para Engenheiros: Estática**. 5. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2006. 793 p.

BOLTON, W. **Mecatrônica: Uma abordagem multidisciplinar**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010. 664 p.

BOUABDALLAH, Samir. **Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying**. 2007. 155 f. Tese (Doutorado) – Faculté des Sciences et Techniques de L'ingénieur, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2007.

BOUABDALLAH, Samir; MURRIERI, Pierpaolo; SIEGWART, Roland. **Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor**. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION (ICRA), 2004, New Orleans, LA. Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, v. 5. New Orleans, LA: IEEE, 2004. p. 4393-4398.

BOUABDALLAH, Samir; SIEGWART, Roland. **Full Control of a Quadrotor**. In: IEEE/RSJ INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT ROBOTS AND SYSTEMS (IROS), 2007, San Diego, CA. Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. San Diego, CA: IEEE, 2007. p. 153-158.

BRANDÃO, Alexandre S. *et al.* **Modelagem e Controle Não Linear Subatuado de um Quad-rotor: Parte 1**. Em: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 19., 2012, Campina Grande. Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2012). Campina Grande: UFCG, 2012. p. 449-454.

\_\_\_\_\_. **Modelagem e Controle Não Linear Subatuado de um Quad-rotor: Parte 2**. Em: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 19., 2012, Campina Grande. Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2012). Campina Grande: UFCG, 2012. p. 3102-3109.

CARRILLO, L. R. García *et al.* **Quad Rotorcraft Control – Vision-Based Hovering and Navigation**. [S.l.]: Springer London, 2013. 179 p.

COOMBES, Matthew *et al.* **Development of an autopilot system for rapid prototyping of high level control algorithms**. In: UKACC INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL (CONTROL), 2012, Cardiff. Proceedings of the 2012 UKACC International Conference on Control. Cardiff: IEEE, 2012. p. 292-297.

D'AVILA, Carlos Eduardo Presa *et al.* **Estudo de um motor CC brushless aplicado no acionamento de um carro elétrico de pequeno porte**. Revista Liberato, Novo Hamburgo, v. 12, n. 18, p. 159-168, jul./dez. 2011. ISSN: 2178-8820.

DORF, Richard C.; BISHOP, Robert H. **Sistemas de Controle Modernos**. 11. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011. 724 p.

DRAGANFLY: **Draganflyer X4**. Disponível em: <<http://www.draganfly.com/>>. Acesso em: 13 dez. 2014.

DRONES BRASIL: **DJI Inspire**. Disponível em: <<http://www.dronesbrasil.com/2015/01/dji-inspire-1.html>>. Acesso em: 27 mar. 2015.

FAY, Gary. **Derivation of the Aerodynamic Forces for the Mesicopter Simulation**. 2001. 8 f. Stanford University, 2001.

GATI, Balazs. **Open Source Autopilot for Academic Research - The Paparazzi System**. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE (ACC), 2013, Washington, DC. Proceedings of the 2013 American Control Conference. Washington, DC: IEEE, 2013. p. 1478-1471.

GIOPPPO, Lucas Longen *et al.* **Robô Seguidor de Linha**. 2009. 36 f. Projeto (Graduação em Engenharia de Computação) – Departamento Acadêmico de Informática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

GOLNARAGHI, Farid; KUO, Benjamin C. **Sistemas de Controle Automático**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. 694 p.

GUENARD, Nicolas; HAMEL, Tarek; ECK, Laurent. **Control Laws for the Tele Operation of an Unmanned Aerial Vehicle Known as an X4-flyer**. In: IEEE/RSJ INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT ROBOTS AND SYSTEMS, 2006, Beijing. Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System. Beijing: IEEE, 2006. p. 3249-3259.

GUENARD, Nicolas; HAMEL, Tarek; MAHONY, Robert. **A Practical Visual Servo Control for an Unmanned Aerial Vehicle**. IEEE Transactions on Robotics, [s.l.], v. 24, n. 2, p. 331–340, Apr. 2008. ISSN: 1552-3098.

GUIMARÃES, João Paulo Ferreira. **Controle de Atitude e Altitude Para Um Veículo Aéreo Não Tripulado Do Tipo Quadricóptero**. 2012. 69 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.

GUIMARÃES, João P. F. *et al.* **Fully Autonomous Quadrotor: A Testbed Platform for Aerial Robotics Tasks**. In: BRAZILIAN ROBOTICS SYMPOSIUM AND LATIN AMERICAN ROBOTICS SYMPOSIUM (SBR/LARS), 2012, Fortaleza. Proceedings of the 2012 Brazilian Robotics Symposium and Latin American Robotics Symposium. Fortaleza: IEEE, 2012. p. 68-73.

HABIB, Maki K. **Handbook of Research on Advancements in Robotics and Mechatronics**. Cairo: IGI Global, 2014. 993 p.

HOBBYKING. **Manual of Brushless Motor Speed Controller**. Disponível em: <<http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/uploads/934316348X1085196X31.pdf>>. Acesso em: 20 abr. 2014.

HOBBYWING. **Manual of Sensorless Brushless Speed Controller**. Disponível em: <<http://www.hobbywing.com/uploadfiles/sx/file/manual/HW-01-V4.pdf>>. Acesso em: 29 abr. 2015.

HOFFMANN, Gabe *et al.* **The Stanford Testbed of Autonomous Rotorcraft for Multi Agent Control (STARMAC)**. In: DIGITAL AVIONICS SYSTEMS CONFERENCE (DASC), 23rd, 2004, [s.l.]. Proceedings of the 2004 23rd Digital Avionics Systems Conference, v. 2. [S.l.]: IEEE, 2004. p. 12.E.4-2 – 12.E.4-10.

HOFFMANN, Gabriel M. *et al.* **Precision Flight Control for a Multi-vehicle Quadrotor Helicopter Testbed**. Control Engineering Practice, [s.l.], v. 19, n. 9, p. 1023-1036, Sep. 2011. ISSN: 0967-0661.

HØGLUND, Sondre. **Autonomous Inspection of Wind Turbines and Buildings using an UAV**. 2014. 107 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Cibernética) – Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2014.

INPE – INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS. **Modelo Matemático de Motores de Corrente Contínua**. 14 f. Divisão de Mecânica Espacial e Controle, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. Disponível em: <[http://www2.dem.inpe.br/mcr/Usjt/Motores/pdf/Aulas\\_57-60.pdf](http://www2.dem.inpe.br/mcr/Usjt/Motores/pdf/Aulas_57-60.pdf)>. Acesso em: 29 abr. 2015.

JOYO, M. Kamran *et al.* **Altitude and Horizontal Motion Control of Quadrotor UAV in the Presence of Air Turbulence**. In: IEEE CONFERENCE ON SYSTEMS, PROCESS AND CONTROL (ICSPC), 2013, Kuala Lumpur. Proceedings of the 2013 IEEE Conference on Systems, Process and Control. Kuala Lumpur: IEEE, 2013. p. 16-20.

KURIEN, Manju; PRAYAGKAR, Alka; RAJESHIRKE, Vaishali. **Overview of Different Approaches of PID Controller Tuning**. International Journal of Research in Advent Technology, [s.l.], v. 2, n. 1, p. 167-175, Jan. 2014. ISSN: 2321-9637.

LI, Jun; LI, Yuntang. **Dynamic Analysis and PID Control for a Quadrotor**. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHATRONICS AND AUTOMATION (ICMA), 2011, Beijing. Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Beijing: IEEE, 2011. p. 573-578.

LIM, Hyon *et al.* **Build Your Own Quadrotor**. IEEE Robotics & Automation Magazine, New York, v. 19, n. 3, p. 33-45, Sep. 2012. ISSN: 1070-9932.

LIMA, Gabriela Vieira *et al.* **Modelagem Dinâmica de um Veículo Aéreo Não Tripulado do Tipo Quadricóptero**. Em: CONFERÊNCIA DE ESTUDOS EM ENGENHARIA ELÉTRICA, 12., 2014, Uberlândia. Anais da XII Conferência de Estudos em Engenharia Elétrica. Uberlândia: UFU, 2014. p. 1-5.

LEE, Keun Uk *et al.* **Modeling and Altitude Control of Quad-rotor UAV**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL, AUTOMATION AND SYSTEMS (ICCAS), 11th, 2011, Gyeonggi-do. Proceedings of the 2011 11th International Conference on Control, Automation and Systems. Gyeonggi-do: IEEE, 2011. p. 1897-1902.

MEIER, Lorenz *et al.* **PIXHAWK: A System for Autonomous Flight using Onboard Computer Vision**. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION (ICRA), 2011, Shangai. Proceedings of the 2011 International Conference on Robotics and Automation. Shangai: IEEE, 2011. p. 2992-2997.

MIAN, Ashfaq Ahmad, DAOBO, Wang. **Modeling and Backstepping-based Nonlinear Control Strategy for a 6 DOF Quadrotor Helicopter**. Chinese Journal of Aeronautics, Beijing, v. 21, n. 3, p. 261-268, June 2008. ISSN: 1000-9361.

NASCIMENTO, David A. *et al.* **Modeling and Design of an Autonomous Unmanned Aerial Vehicle Quadrotor Prototype for Applications in Swarm of Robots**. In: BRAZILIAN ROBOTICS SYMPOSIUM AND LATIN AMERICAN ROBOTICS SYMPOSIUM (SBR/LARS), 2012, Fortaleza. Proceedings of the 2012 Brazilian Robotics Symposium and Latin American Robotics Symposium. Fortaleza: IEEE, 2012. p. 325-328.

NISE, Norman S. **Engenharia de Sistemas e Controle**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014. 745 p.

OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. 809 p.

PARROT AR.DRONE 2.0: **Parrot AR.Drone 2.0**. Disponível em: <<http://ardrone2.parrot.com/>>. Acesso em: 13 dez. 2014.

PERSECHINI, Maria Auxiliadora Muanis. **Roteiro de Aula: Implementação de controladores digitais**. 2011. 7 f. Universidade Federal de Minas Gerais, 2011.

PHANTOM BRASIL: **DJI Phantom Quadcopter**. Disponível em: <<http://www.phantombrasil.com.br/>>. Acesso em: 13 dez. 2014.

POUNDS, P.; MAHONY, R.; CORKE, P. **Modelling and Control of a Large Quadrotor Robot**. Control Engineering Practice, [s.l.], v. 18, n. 7, p. 691-699, July 2010. ISSN: 0967-0661.

RIDWAN, Abdur Raquib; BONY, Md. Ibnea Sina; AZAD, Ishtiza Ibne. **Performance Analysis of MPC in the Control of a Simple Motorized Nonlinear Model of a Robotic Leg**. International Journal of Computer Applications, [s.l.], v. 54, n. 11, p. 19-23, Sep. 2012. ISSN: 0975-8887.

SÁ, Rejane Cavalcante. **Construção, Modelagem Dinâmica e Controle PID para Estabilidade de um Veículo Aéreo Não Tripulado do Tipo Quadrirotor**. 2012. 93 f. Dissertação (Mestrado em Teleinformática) – Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia de Teleinformática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

SÁ, Rejane Cavalcante *et al.* **Construction and PID Control for Stability of an Unmanned Aerial Vehicle of the Type Quadrotor.** In: IEEE LATIN AMERICAN ROBOTICS SYMPOSIUM (LARS/LAC), 2013, Arequipa. Proceedings of the 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium. Arequipa: IEEE, 2013. p. 95-99.

SCHMIDT, Michael David. **Simulation and Control of a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle.** 2011. 118 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – College of Engineering, University of Kentucky, Lexington, 2011.

SILVA, Kleber Lima da, *et al.* **Hardware para Controle Avançado de Veículo Aéreo Não Tripulado do Tipo Quadricóptero.** Em: CONFERÊNCIA DE ESTUDOS EM ENGENHARIA ELÉTRICA, 11., 2013, Uberlândia. Anais da XI Conferência de Estudos em Engenharia Elétrica. Uberlândia: UFU, 2013. p. 1-6.

SOUZA, Antonio Carlos Zambroni; PINHEIRO, Carlos Alberto Murari. **Introdução à Modelagem, Análise e Simulação de Sistemas Dinâmicos.** Rio de Janeiro: Interciência, 2008. 173 p.

VILAS BOAS, Ana Sophia C. A.; VILAS BOAS, Elias R.; HONÓRIO, Leonardo M. **Análise e Comparação das Técnicas de Controle PID, LQR e Backstepping para Estabilização de Voo de Quadricópteros.** Em: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE, 11., 2013, Fortaleza. Anais do XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. Fortaleza: UFC, 2013. Não paginado. Artigo 5139.

WALLICH, Paul. **Arducopter Parenting.** IEEE Spectrum, New York, v. 49, n. 12, p. 26-28, Dec. 2012. ISSN: 0018-9235.

WIEREMA, Menno. **Design, implementation and flight test of indoor navigation and control system for a quadrotor UAV.** 2008. 203 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Aeroespacial) – Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, 2008.

WU, Yiting. **Development and Implementation of a Control System for a Quadrotor UAV.** 2009. 89 f. Dissertação (Mestrado em Mecatrônica) – Hochschule Ravensburg-Weingarten, University of Applied Sciences Ravensburg-Weingarten, 2009.

ZHONG, Jinghua. **PID Controller Tuning: A Short Tutorial.** 2006. 13 f. Purdue University, 2006.

ZIPFEL, Peter H. **Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics.** Virginia: AIAA, 2000. 501 p.